

# ベクレルからシーベルトへ

田崎清明<sup>1</sup>

「地面に一樣に放射性物質が分布しているとき、地面からある高さでの放射線の強さはどうなるか？」という（実用的な！）問題の理想化された扱いについて丁寧に解説する<sup>2</sup>。「シーベルト毎時」や「ベクレル」で測る量がいったい何なのかといった予備知識についても詳しく書いた。一般向けの解説ではないが、理科系の大学一年生レベルの物理と数学の予備知識があれば十分に読めるよう配慮したつもりである。ご批判やご意見を歓迎する<sup>3</sup>。

なお、私は放射線物理については素人であり、特に測定の実際についてはほとんど何も知らない。この解説に誤りや不適切な点があれば、是非ともご指摘いただきたい。

## 目次

1	ガンマ線の流束と吸収線量率	1
2	空気によるガンマ線の減衰	8
3	点状の線源 — 「ベクレル」から「シーベルト毎時」へ	10
4	平面状の線源 — 「ベクレル毎平米」から「シーベルト毎時」へ	12

## 1 ガンマ線の流束と吸収線量率

この解説では、原子力発電所からの放射性物質の漏洩事故で（外部被ばくを考えたとき）もっとも問題になるガンマ線だけを扱う<sup>4</sup>。

<sup>1</sup>学習院大学理学部、専門は数理物理学・統計物理学 e-mail:hal.tasaki@gakushuin.ac.jp

<sup>2</sup>牧野淳一郎氏が公開のweb日記[1]で言及した計算結果（のごく一部）を自分でも理解したいというのが、この解説の内容について考えた動機である。恥ずかしながら最初はSvやGyといった単位の物理的な意味さえ分からない状態で途方にくれたが、幸い江沢洋氏が「東京物理サークル」のメンバーに回覧した明解な解説[2, 3]が手元にあったので、それを手引きに基礎を学び、より実用的な点については[4]などで補って、なんとか一通りの理解に到達した（この解説の最初の部分は[2]に似ている）。私と同様、「積分計算はわかるが扱っている量の意味はわからない」と感じている人は少なくないと思い、このまとめを書いた。理科系の大学生に積分を講義する際の例題としても悪くないと思う（楽しい話題ではないが）。

<sup>3</sup>その際はお手数ですが、メールをお願いします。技術的な問題についてTwitterの140文字以内で議論するのは不適切だと考えています。

<sup>4</sup>日本の多くの地域の地面に付着した放射性セシウム（<sup>137</sup>Csと<sup>134</sup>Cs）からはベータ線（高速の電子の流れ）も出ている。ベータ線のエネルギーはガンマ線とほぼ同じである。ただし、人体に

**ガンマ線と光子** ガンマ線についてごく大ざっぱに説明しよう。ガンマ線とはきわめて波長の短い「光」（電磁気学を知っているなら、電磁波と言う方がいい）である。紫外線が波長が短すぎて目に見えない「光」であること、そして、X線がさらに波長の短い「光」であることは知っているだろう。ガンマ線はさらに波長の短い「光」なのだ<sup>5</sup>。

20世紀以降、量子論が発展して、すべての「光」は「光子」と呼ばれる「粒」の集まりとみなせることが明らかになった。もちろん、「粒」と言ってもわれわれが思い浮かべるゴマ粒みたいな「粒」とは本質的に違う。ただ、「小さなエネルギーをもった塊が運動量をもって飛んでいく」という意味で、「粒」と似ているということである。実際、光子は（そして、すべての素粒子は）ゴマ粒とは全く異なったふるまいをすることが分かっている、それは量子力学を学べば知ることができる。しかし、この解説を理解するためだけならば、そういった話を知る必要はない。光子は「一定のエネルギーを持って光速で飛んでいく粒だ」と考えていれば以下の話は分かる。

光子という見方をすれば、ガンマ線は高いエネルギーをもった無数の光子の流れと見ることができる。以下ではこの立場をとる。また、簡単のために、光子一つのエネルギーは常に一定で  $h\omega$  であるとしよう<sup>6</sup>。エネルギーが一定というのはガンマ線が「単色光」だと言い換えてもいい。<sup>137</sup>Csからのガンマ線を考える際にはほぼ正確である。以下で、数値を代入する際には<sup>137</sup>Csのベータ崩壊によって放出される光子のエネルギー  $h\omega \simeq 0.66$  MeV を使う<sup>7</sup>[5]。

**ガンマ線の流束** もっとも簡単な状況として、ある一方向に向かう光子の一樣な流れ（つまり、平行光線）があるとしよう。

このような流れの「大きさ」を特徴づける自然な量は**流束** (flux)  $I$  である<sup>8</sup>。 $I$  は、流れと垂直な単位面積を単位時間あたりに通過する光子の総数を表わす。つまり、流れと垂直になるように置いた面積  $A$  の面を時間  $t$  のあいだに通過する光子の個数が  $IAt$  に等しい。流束  $I$  の単位はたとえば  $\text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$  である<sup>9</sup>。

あたったベータ線は皮膚のごく表面で吸収され害は少ないので、（外部被ばくによる）健康被害を議論するにはベータ線は考慮しなくてよい。また、市販の線量計もベータ線を遮断してガンマ線の影響だけを測定したときに正確な値を表示するように設計されている（だから、マイクロシーベルト毎時を求めたいときは、ベータ線遮断モードにして地面から一定の高さ（50 cm、1 m など）のところで測定する）。

<sup>5</sup>これは不正確な言い方で、正しくはX線とガンマ線は波長ではなく発生原因で区別する。X線は軌道電子の遷移や荷電粒子の制動によって放射される電磁波であり、ガンマ線は核反応に伴って原子核から放射される電磁波。

<sup>6</sup> $\omega$  は角振動数。なぜ光子一つのエネルギーが  $h\omega$  になるかはここでは説明しきれない。量子力学を学べばいずれしっかりと理解できるはず。手前味噌だが、拙著「統計力学I」の解説はわかりやすいと思う。

<sup>7</sup>市販の線量計の多くも  $h\omega \simeq 0.66$  MeV のガンマ線について正確な線量率を表示するように校正されている。

<sup>8</sup>放射線の分野では、粒子フルエンス率、粒子束密度と呼ばれている。

<sup>9</sup>この解説では、（次元をもった）物理量を表わす変数は数値だけでなく単位も含んでいるとみなす。よって変数について ( $l$  [m] のように) 単位を特定する必要はなく、 $l = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm} = 100 \text{ mm}$

少なくともこのような一様な流れについては、ある場所での放射線の「強さ」を表わすもっとも自然な量は流束  $I$  である。しかし、(たとえば、地面のあらゆる場所から放射線がやってくるといった) より複雑な放射線の流れを考えると、流束だけでは不十分なのである。

実際の放射線の扱いかいでは、 $\text{Sv/h} = \text{J}/(\text{kg h})$  などの単位で測る吸収線量率が放射線の強さの目安として使われている。 $\text{J}/\text{kg h}$  を単位にもつ量が表わしているのは「単位時間、単位質量あたりのエネルギー」のはずだ。なぜ、そのような量が「放射線の強さ」の目安になるのか順を追って見ていこう。

**物質による光子の散乱・吸収** 上で考えた一様なガンマ線が、一様な物質からなる薄い板状の物体を通過することを考える (図 1)。ガンマ線の向きは板の面と垂直だとしておこう。

物体に入射したガンマ線の光子は、物質を構成している原子 (の周囲の電子) と出会うと一定の確率で相互作用し、散乱あるいは吸収される (そして、多くの場合、原子から電子が勢いよく叩き出される)。物体の厚みが十分に薄く、ほとんどの光子は電子と相互作用することなくスカスカと物質を通り抜けていくとしよう。この条件が成り立つときには、光子一つが物質を通過する途中で電子と相互作用する確率は、光子の経路上にいる原子の個数に比例すると考えてよい。原子の個数は物質の密度  $\rho$  に比例するから、物体の厚みを  $d$  として、相互作用の確率は

$$p_{\text{int}} = \zeta \rho d + O((\zeta \rho d)^2) \quad (1.1)$$

となる<sup>10</sup> (int は interaction の略)。 $\zeta$  は物質の種類 (正確には、物質を構成している原子の種類) と光子のエネルギーに依存する定数で、**質量減衰係数** または **質量減弱係数** (mass attenuation coefficient) と呼ばれている<sup>11</sup>。通常は  $\mu_{\text{m}}$  あるいは  $\mu/\rho$  と書かれる<sup>12</sup>[4]。

われわれのこれからの解析では  $\zeta$  の値を知る必要はないのだが、せっかくなので具体的な値をみておこう。空気と水と鉛について、いくつかのエネルギーでの質量減衰係数  $\zeta$  は以下のとおり ([6] の 138, 139 ページ、単位は  $\text{cm}^2/\text{g}$ )。

$\hbar\omega$	10 keV	0.50 MeV	10 MeV	500 MeV
$\zeta$ (水)	5.18	0.0968	0.0222	0.0195
$\zeta$ (空気)	4.99	0.0870	0.0204	0.0192
$\zeta$ (鉛)	113	0.161	0.0484	0.112

などと書いてよい。

<sup>10</sup> $O((\zeta \rho d)^2)$  はランダウの記号で、「 $(\zeta \rho d)^2$  と同程度の量」という意味。物質が厚くなったときの補正である。

<sup>11</sup>質量吸収係数 (mass absorption coefficient) と呼ばれるが、この名称は (後で出てくる質量エネルギー吸収係数と間違いやすいので) あまり適切でないと思う。

<sup>12</sup> $\mu = \zeta \rho$  は線減衰係数または線減弱係数 (linear attenuation coefficient) あるいは線吸収係数 (linear absorption coefficient) と呼ばれる。

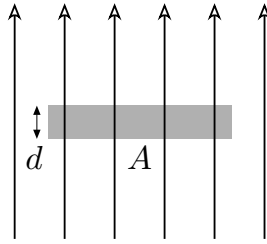


図 1: 底面積  $A$ 、厚さ  $d$  の薄い板状の物質に、底面と垂直にガンマ線が入射する。ほとんどのガンマ線が吸収されずに通過する場合、単位時間に物質が吸収する単位質量あたりのエネルギー（吸収線量率）がガンマ線の強さの目安になる。

10 keV 程度の（比較的）低エネルギーの光子の減衰はほとんどが光電効果から来る。今回のテーマに関連する 0.5 MeV 近辺のエネルギーでは、電子とのコンプトン散乱による非弾性散乱が重要になる。そのため  $\zeta$  は大ざっぱには単位質量あたりの電子数で決まり、（水素以外なら）物質の種類にはあまり依存しない。より高いエネルギーでは電子陽電子の対生成が効いてくる。

**吸収線量率** 計算を進めるため、物体の底面積を  $A$ 、厚みを  $d$  とする。くり返すと、物体は一様な物質からなり、底面と垂直な方向から流束  $I$  の一様なガンマ線が入射する（図 1）。

時間  $t$  の間に物体の中に入っていき光子の総数は  $N = IAt$  である。このうち物質の中で電子と相互作用して散乱・吸収される光子の個数は、相互作用の確率をかけて、

$$N_{\text{int}} = p_{\text{int}} N = IAt\zeta\rho d \quad (1.2)$$

となる。ただし、物体が十分に薄く  $\zeta\rho d \ll 1$  が成り立つとして、 $p_{\text{int}} = \zeta\rho d$  とした。さらに光子は一つあたり  $\hbar\omega$  のエネルギーを持っているので、時間  $t$  のあいだに相互作用した光子のもっているエネルギーの総量は

$$E_{\text{int}} = \hbar\omega N_{\text{int}} = \hbar\omega IAt\zeta\rho d = \hbar\omega\zeta ItM \quad (1.3)$$

となる。ここで  $M = \rho Ad$  は物体の質量。

相互作用した光子のもっていたエネルギー  $E_{\text{int}}$  の一部は、エネルギーの低い光子として放出されたりして、物質には吸収されない。物質に吸収されるエネルギーは、(1.3) に（物質の種類と光子のエネルギーに依存する）定数をかけたものになり、

$$E_{\text{abs}} = \hbar\omega\zeta_{\text{en}} ItM \quad (1.4)$$

と書ける（abs は absorption の略）。ここで、定数  $\zeta_{\text{en}}$  は**質量エネルギー吸収係数**（mass energy absorption coefficient）と呼ばれる。通常は  $\mu_{\text{en}}/\rho$  と書く<sup>13</sup>[4]。上の

<sup>13</sup> $\mu_{\text{en}}$  は線エネルギー吸収係数（linear energy absorption coefficient）と呼ばれる。

説明から明らかに  $\zeta_{\text{en}} < \zeta$  である。 $\zeta$  と比較できるように、水と空気について具体的な値を示しておこう ([6] の 140 ページ、単位は  $\text{cm}^2/\text{g}$ )。

$\hbar\omega$	10 keV	0.50 MeV	10 MeV
$\zeta_{\text{en}}$ (水)	4.89	0.0330	0.0155
$\zeta_{\text{en}}$ (空気)	4.66	0.0297	0.0144

コンプトン散乱が優勢になる 0.5 MeV では  $\zeta_{\text{en}}$  は  $\zeta$  の半分以下になっている。

(1.4) の表式によれば**物体が吸収するエネルギーが時間  $t$  と物体の質量  $M$  に比例している**ことに注目しよう。 $t$  に比例するのは当たり前だが、 $M$  に比例するのは自明なことではない。この性質のために、単位時間あたり単位質量あたりの吸収エネルギーは、

$$\epsilon_{\text{abs}} = \frac{E_{\text{abs}}}{tM} = \hbar\omega \zeta_{\text{en}} I \quad (1.5)$$

となる。 $\epsilon_{\text{abs}}$  は**吸収線量率**あるいは**線量率**と呼ばれる。物質の種類とガンマ線のエネルギーを決めれば  $\hbar\omega\zeta_{\text{en}}$  は定数だから、吸収線量率  $\epsilon_{\text{abs}}$  は流束  $I$  と比例している。確かに「空間のある場所での放射線の強さ」を測る量として適切であることがわかる<sup>14</sup>。また、単に空間を通過する光子の量を見ようというのではなく、実際に物質への影響を考えているという点で、実用的な「放射線の強さ」の測り方だと言ってもいいだろう。

吸収線量率  $\epsilon_{\text{abs}}$  の単位は、たとえば  $\text{J}/(\text{kg s})$  や  $\text{J}/(\text{kg h})$  である。物質による放射線の吸収を論じる際には  $\text{J}/\text{kg}$  を Gy (グレイ) と呼ぶことになっている。さらに、人体への影響を考慮して Gy をもとに作った単位が Sv (シーベルト) だが、ガンマ線の場合は Gy と Sv は同じものである<sup>15</sup>。よって、 $\epsilon_{\text{abs}}$  は (お馴染みの) Sv/h を使って表わす量だということになる。

なお、 $\epsilon_{\text{abs}} t = E_{\text{abs}}/M$  は時間  $t$  のあいだに単位質量に吸収されたエネルギーである。これを**吸収線量**あるいは単に**線量**と呼ぶ。もちろん、これは Gy や Sv で表わす量である。

**質量エネルギー吸収係数の値** これからの議論では、物質として水を選んだ場合の質量エネルギー吸収係数  $\zeta_{\text{en}}$  が重要になってくる。ちょうど  $\hbar\omega \simeq 0.66 \text{ MeV}$  のデータが手元にないので、[6] の 140 ページから周辺のエネルギーについての値を引用しよう (単位は  $\text{cm}^2/\text{g}$ )。

$\hbar\omega$	0.30 MeV	0.40 MeV	0.50 MeV	0.60 MeV	0.80 MeV	1.0 MeV
$\zeta_{\text{en}}^{\text{water}}$	0.0320	0.0329	0.0330	0.0329	0.0321	0.0311

<sup>14</sup> $J = \hbar\omega I$  はガンマ線の「エネルギー流束」つまり、単位時間あたりに単位面積を通過するエネルギーを表わしている。 $\epsilon_{\text{abs}} = \zeta_{\text{en}} J$  だから、吸収線量率はエネルギー流束を「質量あたり」に変換した量とみてもいい。

<sup>15</sup>この解説のように物理よりの議論では Gy を用いる方が適切だと思うが、人の被ばくという具体的な問題が念頭にあるので、ここでは Sv を用いる。

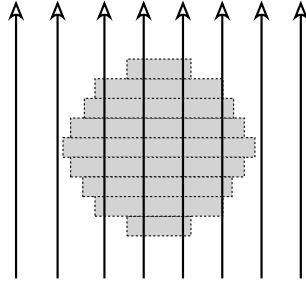


図 2: 球状の物質によるエネルギー吸収を考える際には、球を何枚もの薄い板をあわせた物とみなすといい。

これをもとに  $\hbar\omega \simeq 0.66 \text{ MeV}$  での値を推測すると、だいたい  $\zeta_{\text{en}}^{\text{water}} \simeq 0.0327 \text{ cm}^2/\text{g} \simeq 3.3 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{kg}$  といったところ。IAEA の換算表 [7] などに使われている「公式」の数値はわからないが、われわれはこの値を使って大ざっぱな計算をしよう。

(1.5) に現れた流束と吸収線量率を結ぶ係数  $\hbar\omega \zeta_{\text{en}}$  を水について評価すると、

$$\begin{aligned} \hbar\omega \zeta_{\text{en}}^{\text{water}} &\simeq 0.66 \text{ MeV} \times 3.3 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{kg}} \\ &\simeq 0.66 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J} \times 3.3 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{kg}} \\ &\simeq 3.5 \times 10^{-16} \frac{\text{Jm}^2}{\text{kg}} = 3.5 \times 10^{-16} \text{ Sv m}^2 \end{aligned} \quad (1.6)$$

となる。この係数はこれから先でも使う。

**一般の形の物体による吸収** ここまでは板状の物体による吸収だけを考えてきた。しかし、入射してくるガンマ線が流束  $I$  の平行光線なら、十分に小さな（一様の物質からなる）物体が吸収する全エネルギーは物体の形によらず (1.4) で表わされる。

この事実を示すには、物体をガンマ線の進行方向に垂直な薄い「板」に切り分けて考えればよい。たとえば、吸収体が球のときは、図 2 のように、球を（区分求積で体積を計算するときのように）薄い円盤を重ね合わせたものとみなす。球が十分に小さければ、ガンマ線はほとんどスカスカに通り抜けていくので、 $j$  番目の円盤が吸収するエネルギーは (1.4) に従って、 $\hbar\omega \zeta_{\text{en}} M_j t$  になる ( $M_j$  は  $j$  番目の円盤の質量)。これをすべての円盤について足し合わせた結果は、もちろん  $\hbar\omega \zeta_{\text{en}} M t$  である。

よって、平行光線の場合、物体が十分に小さければ、どのような形をしていようと、エネルギー吸収率  $\epsilon_{\text{abs}}$  は (1.5) で与えられることがわかる。

**吸収線量率についての注意** 単位時間に単位質量が吸収したエネルギーを用いて放射線の強度を表現できたのは、(1.4) のように吸収エネルギーが物質の質量  $M$  に比例しているからだった。しかし、この比例関係が正確に成り立つのは物体の厚

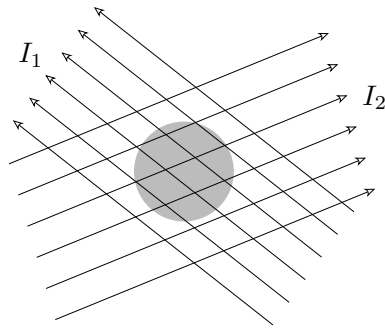


図 3: それぞれの流束が  $I_1$  と  $I_2$  のガンマ線の流れが交わる場所に物体を置いた。吸収線量率はそれぞれの流れからの寄与の単純な和になる。

み  $d$  が、 $\zeta\rho d \ll 1$  つまり、

$$d \ll \frac{1}{\zeta\rho} = \frac{1}{\mu} \quad (1.7)$$

という条件を満たすときだけである。要するに、ガンマ線がほとんど吸収されず物体をスカスカに通り抜けていくようではいけない。

たとえば水の場合は (1.7) の条件は  $d \ll 10$  cm となる。小さな水滴ならばよいが、人体のような大きな「水の塊」ではこの条件は成立しない。ただし、その場合にも、物体の表面からの距離が  $(\zeta\rho)^{-1} = \mu^{-1}$  よりも十分に小さい範囲に限れば単位質量あたりのエネルギー吸収は薄い物体とまったく同じになる<sup>16</sup>。

すでに注意したように、質量エネルギー吸収係数  $\zeta_{\text{en}}$  は物質の種類に依存する。だから、同じ流束のガンマ線であっても、物質を変えれば吸収線量率は異なってくる。吸収線量率で放射線の「強さ」を表わす場合には、どの物質での吸収を考えているのかを明確にしないといけない。人体への影響を考える際には、人体のかなりの部分が水であることから、水の吸収線量率を考えることになっている。

**複数のガンマ線の流れの足し算** 後の応用のために、単なる「平行光線」ではないガンマ線の流れの中にある物質のエネルギー吸収について考えておく。

図 3 のように、二つの一様なガンマ線の流れが交差している状況を考えよう。各々の流れは、上で扱った平行光線であり、それぞれの流束を  $I_1, I_2$  とする。

二つの流れが交差するところに、一様な物質でできた小さな物体を置く。二つのガンマ線の流れは、お互いに影響を及ぼし合うことなく物質の中を通過していくと考えてよい。よって、物体が吸収するエネルギーは、物体が流束  $I_1$  に置かれた場合のエネルギーと流束  $I_2$  に置かれた場合のエネルギーの単純な和になる。吸収線量率についても、各々の流れについて求めた  $\epsilon_{\text{abs}}^{(1)} = \hbar\omega \zeta_{\text{en}} I_1$  と  $\epsilon_{\text{abs}}^{(2)} = \hbar\omega \zeta_{\text{en}} I_2$  を足して

$$\epsilon_{\text{abs}} = \epsilon_{\text{abs}}^{(1)} + \epsilon_{\text{abs}}^{(2)} \quad (1.8)$$

<sup>16</sup>人の被ばくを考える際には皮膚よりも 1 cm 深い部分での吸収線量を問題にするので、(1.5) が成り立っている。ただし、ガンマ線は体の中で多少減衰する程度なので、多くが体を貫いてしまう。ガンマ線を浴びれば体の内側まで満遍なく被ばくするのだ。

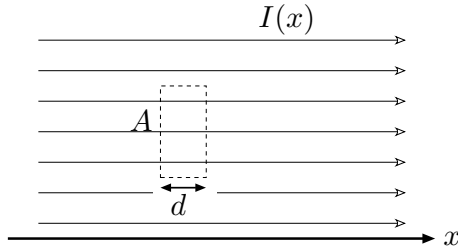


図 4: ガンマ線が空気中を進むと少しずつ減衰していく (図では減衰の様子は描写していないが)。流束  $I(x)$  が  $x$  座標のみに依存する状況を考えて、 $I(x)$  のふるまいを調べる。

としてやればよい。もっと多くの流れが交差している場合には、全ての流れからの  $\epsilon_{\text{abs}}$  を足しあげることになる。

## 2 空気によるガンマ線の減衰

一様な空気中でのガンマ線の減衰について考えておこう。われわれは空気中に住んでいるのでこれには実用的な意味がある。また、同じ解析を使って、たとえば鉛の板によるガンマ線の遮蔽についても考えることもできる。

**流束の減衰の微分方程式** 簡単のため一方向に向かう空気中の一様なガンマ線の流れ (平行光線) を考える。ガンマ線の向かう向きを  $x$  軸の正方向にとる。ガンマ線は空気中に少しずつ散乱・吸収されるので、流束は先に進むほど小さくなっていくだろう。流束は  $x$  にだけ依存すると仮定し、それを  $I(x)$  と書く。

$I(x)$  のふるまいを知るため、図 4 のような側面積  $A$  で  $x$  方向の幅が  $d$  の領域をとる。ここに特別な物があるというわけではなく、単に仮想的な「壁」に囲まれた領域を考えただけである。領域の左側の  $x$  座標を  $x$  とすると右側の座標は  $x + d$  である。

さて、時間  $t$  のあいだに、この領域の左側から領域の中に入ってくる光子の総数は  $At I(x)$  であり、右側から (電子と全く相互作用せずに) 外に出て行く光子の総数は  $At I(x + d)$  である。入った個数と出た個数の差は、この領域内で空気中に散乱・吸収された光子の個数に等しい。そこで、(1.2) を使えば、

$$At I(x) - At I(x + d) = At \zeta_{\text{air}} \rho_{\text{air}} d I(x) + O(d^2) \quad (2.1)$$

となる。両辺を  $Atd$  で割り、 $d \downarrow 0$  の極限をとれば、これは

$$\frac{dI(x)}{dx} = -\mu_{\text{air}} I(x) \quad (2.2)$$

というお馴染みの微分方程式になる。ここで、 $\mu_{\text{air}} = \zeta_{\text{air}} \rho_{\text{air}}$  は空気の線減衰定数である。



微分方程式 (2.2) の解はもちろん

$$I(x) = I(0) \exp[-\mu_{\text{air}} x] \quad (2.3)$$

である。ガンマ線の強度は空気の散乱・吸収によって指数関数的に減衰していくのだ。ここで、 $I(L_{\text{air}}) = I(0)/2$  によって流束が半減する距離  $L_{\text{air}}$  を定義すれば<sup>17</sup>、

$$L_{\text{air}} = \frac{\log 2}{\mu_{\text{air}}} \quad (2.4)$$

となる。IAEA の資料 ([7] の 91 ページ) では  $L_{\text{air}} \simeq 69.2 \text{ m}$  となっているので、ここから逆算すれば線減衰係数は

$$\mu_{\text{air}} \simeq 1.00 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1} \quad (2.5)$$

ということになる。この先、この値を使う。ここから（空気は 1 気圧 0°C と仮定して）質量減衰係数を見積もると  $\zeta_{\text{air}} \simeq 0.077 \text{ cm}^2/\text{g}$  と評価できるが、これはこの先では使わない。

以上の考察では、電子に散乱されて出てくるエネルギーの低い光子のことは全く考えていない。実際には、散乱されたガンマ線が「無傷な」ガンマ線に合流してくる「ビルドアップ効果」もあるのだが、ここでは考えていない<sup>18</sup>。

**確率を直接扱う方法** 上に示した (2.3) の導出は（教育的でわかりやすいと願うのだが）いささか遠回りだし、一様な流れにしか使えないという制約もある。実は、次のように一つの光子の運命だけを考えれば、同じ結果を素早く導くことができる。しかも、この方法はもっと一般の場合（たとえば、次節で取り上げる点状の線源から全方向に放射がある状況）にもそのまま適用できる。

一つの光子が一様な空気に入射し、距離  $\ell$  進んだ後も散乱・吸収されずに「無傷で生き残っている」確率を  $p_{\text{surv}}(\ell)$  としよう。 $p_{\text{surv}}(\ell) - p_{\text{surv}}(\ell + \Delta\ell)$  は光子が  $\ell$  から  $\ell + \Delta\ell$  まで進むあいだに散乱・吸収される確率だから、相互作用の確率の表式 (1.1) から、

$$p_{\text{surv}}(\ell) - p_{\text{surv}}(\ell + \Delta\ell) = \Delta\ell \mu_{\text{air}} p_{\text{surv}}(\ell) + O((\Delta\ell)^2) \quad (2.6)$$

となる（surv は survival の略）。両辺を  $\Delta\ell$  で割り、 $\Delta\ell \downarrow 0$  とすれば微分方程式

$$\frac{dp_{\text{surv}}(\ell)}{d\ell} = -\mu_{\text{air}} p_{\text{surv}}(\ell) \quad (2.7)$$

が得られる。この微分方程式の解は明らかに

$$p_{\text{surv}}(\ell) = \exp[-\mu_{\text{air}} \ell] \quad (2.8)$$

<sup>17</sup>もちろん、任意の  $x$  について  $I(x + L_{\text{air}}) = I(x)/2$  が成立する。

<sup>18</sup>上に引用した IAEA の資料にもビルドアップ効果を考慮しない結果が載っている。地面近くでの放射線を考える際には、散乱された光子が地面に吸収されることが多いので、ビルドアップ効果はあまり効かないということがあるのかも知れない。定量的なことはわからない。

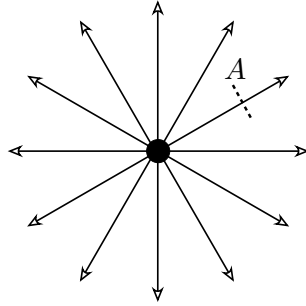


図 5: 中央に放射線源があり、全方向に均等にガンマ線を出している。距離  $r$  離れた場所での微小面  $A$  を通過する流束を考えると、その場所での吸収線量率がわかる。

である。

上で考えた「平行光線」の場合には、多くの光子が同じ方向に向かって飛んでいる。各々の光子は距離が進むに従って、独立に (2.8) の確率に従って少しずつ減っていく。全体としての流束は明らかに (2.3) のようにふるまうことがわかる。

### 3 点状の線源 — 「ベクレル」から「シーベルト毎時」へ

空間の一点に強度  $P$  のガンマ線源がある。強度とは単位時間あたりに崩壊する原子核の個数である。一回の崩壊で放出される光子の個数を  $\eta$  とすれば、単位時間あたりに  $\eta P$  個の光子が飛び出てくることになる。つまり、時間  $t$  のあいだにこの線源から  $\eta Pt$  個の光子がでる。これらの光子は空間のあらゆる方向に均等に飛んでいくとする。われわれが考えている  $^{137}\text{Cs}$  の場合は  $\eta \simeq 0.85$  である<sup>19</sup>。

強度  $P$  の単位はたとえば  $\text{s}^{-1}$  である。放射線源の強度を議論する際には  $\text{s}^{-1}$  を Bq (ベクレル) と書くことになっている。

**真空中での放射** 線源から距離  $r$  だけ離れた点に放射と垂直に面積  $A$  の小さな面を置く (図 5)。この面を通過する光子の数を知りたい。

線源を中心とした半径  $r$  の球の表面積は  $4\pi r^2$  である。時間  $t$  の間に線源から出た  $Pt$  個の光子は、この面積のどこかを均等に通過していく。よって、その内の面積  $A$  を通過する光子の個数は、

$$N = \eta Pt \times \frac{A}{4\pi r^2} = \frac{\eta P}{4\pi r^2} At \quad (3.1)$$

である。つまりこの場所での流束は

$$I = \frac{\eta P}{4\pi r^2} \quad (3.2)$$

<sup>19</sup>よりエネルギーの低い光子も放出されるが、それらは無視した。

とわかる。

ここでのガンマ線の流れは放射状で、前節で扱った平行光線とは異なっている。しかし、吸収体の大きさが十分に小さければ実質的に平行光線だと考えてかまわない。よって、ここでも流束と吸収線量率の関係 (1.5) を使うことができる。

こうして、強度  $P$  の線源から  $r$  の位置での (水の) 吸収線量率は

$$\epsilon_{\text{abs}} = \frac{\hbar\omega \zeta_{\text{sen}}^{\text{water}} \eta P}{4\pi r^2} \quad (3.3)$$

と求められる。吸収線量率は距離の二乗に反比例して小さくなる。光子が途中で消えることがなく放射が等方的だから当然の結果である。

**空気による減衰の効果** 上では線源から出たガンマ線がそのまま遠方まで届くことを考えたが、距離が長くなると空気による減衰の効果が現れてくる。これを取り入れるには、単に各々の光子が距離  $l$  を進んだ後でも「無傷で生き残っている」確率が (2.8) だったことを使えばよい。

流束は

$$I = \frac{e^{-\mu_{\text{air}} r} \eta P}{4\pi r^2} \quad (3.4)$$

となり、吸収線量率もそのまま

$$\epsilon_{\text{abs}} = \frac{\hbar\omega \zeta_{\text{sen}}^{\text{water}} e^{-\mu_{\text{air}} r} \eta P}{4\pi r^2} \quad (3.5)$$

となる。

**例** 数量の感覚をつかみ、また、空気による減衰の効果を実感するために極端な具体例を考える。線源の強度を  $P = 10^{17} \text{ Bq} = 10^{17} \text{ s}^{-1}$  としよう。これは、出力 100 万 kW の軽水炉を一年間運転した際に作られる  $^{137}\text{Cs}$  の総量にほぼ相当する。もちろん、それだけの放射性セシウムが裸で露出するということはありません、また仮にそのようなセシウムの塊が露出したとしても放射線源の塊の内部でかなりガンマ線が吸収されるだろう。 $P = 10^{17} \text{ Bq}$  という強度に深い意味はない。

まず線源から 100 m 離れたとして、空気の減衰を考えない (3.3) を使って評価しよう。吸収線量率は Sv/h で表わしたいので、時間の単位も含めて変換する。最初なので、少し丁寧に書いておこう。事前に計算しておいた係数 (1.6) を使い、

$$\begin{aligned} \epsilon_{\text{abs}} &= \frac{3.5 \times 10^{-16} \text{ Sv m}^2 \times 0.85 \times 10^{17} \text{ s}^{-1}}{4\pi \times 100^2 \text{ m}^2} \\ &= \frac{3.5 \times 10^{-3} \times 0.85 \times 60^2}{4\pi} \frac{\text{Sv}}{\text{h}} \simeq 0.85 \frac{\text{Sv}}{\text{h}} \end{aligned} \quad (3.6)$$

となる。100 m 離れてもほぼ 1 Sv/h という凄まじい放射線である<sup>20</sup>。空気による減衰の効果を取り入れた (3.5) を使うなら、上の結果に減衰の因子  $e^{-\mu_{\text{air}} \times 100 \text{ m}} \simeq 0.37$  をかければよい。相変わらず、 $\epsilon_{\text{abs}} \simeq 0.31 \text{ Sv/h}$  と放射線量はきわめて高い。

<sup>20</sup> その場に 1 時間もいれば嘔吐し何時間かいれば死ぬ。

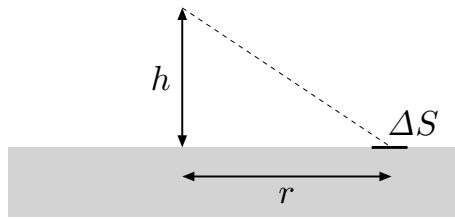


図 6: 強度密度  $p$  の線源が平面上に一様に分布しているとき、高さ  $h$  の点での吸収線量率を求めたい。水平面内の距離が  $r$  の微小面  $\Delta S$  から測定点にやってくる放射線を考える。

今度は一気に線源から 2 km 離れることにしよう。計算は省略するが、空気の効果を取り入れない (3.3) を使った結果は、 $\epsilon_{\text{abs}} \simeq 2.1 \text{ mSv/h}$  である。逆二乗則に従って 100 m のときの 1/400 にまで低下したわけだが、相変わらず（直ちに健康に影響はないものの）危険な線量率である。しかし、空気の効果を入れた (3.5) で評価すると、2 km 離れた地点での線量率は  $\epsilon_{\text{abs}} \simeq 4 \times 10^{-12} \text{ Sv/h}$  となる。ピコシーベルト毎時のオーダーになり、これは自然放射線などよりも桁違いに小さな値である。これが指数的減衰の威力だ。発電所から十分に離れば原子炉からの直接の放射の影響は無視できると言われているが、これは実際に正しいのである。もちろん、（この解説のテーマとは関係ないが）怖いのは周囲に飛び散る放射性物質である。

## 4 平面状の線源 — 「ベクレル毎平米」から「シーベルト毎時」へ

目標だった平面状の線源からの放射線について考えよう。無限に広い水平面があり、一様な強度密度  $p$  で線源が分布しているとする。つまり、平面上の面積  $\Delta S$  の領域に強度  $p \Delta S$  の線源があるということになる（よって、この領域から時間  $t$  の間に  $\eta p t \Delta S$  個の光子が飛び出してくる）。強度密度はたとえば  $\text{Bq/cm}^2$  や  $\text{kBq/m}^2$  などの単位で表わす。もちろん、個々の線源（つまり、 $^{137}\text{Cs}$  原子核）からはガンマ線が完全に等方的に飛び出してくる。

**空気による減衰を取り入れない解析** 水平面から高さ  $h$  の点を固定し、測定点とする<sup>21</sup>。水平面全体から測定点に届くガンマ線を足しあげて、測定点での吸収線量率を求めよう。まず（近い距離の話には空気は寄与しないだろうと考えたということにして）空気による減衰を取り入れないで解析してみよう。

<sup>21</sup>ここで「測定点」と言っているのは、その場所に置いた（仮想的な）小さな水の球のエネルギー吸収を考えるということ。これが人間の被ばくの目安になる。以下で「測定」というときには、断らない限り、このようにして線量率を求めることを意味する。一方、実際に線量計で線量率を測定する場合には、感度に異方性があるので別の考察が必要である。本節の最後を見よ。

測定点の真下の水平面上の点から距離  $r$  の水平面上に、面積  $\Delta S$  の微小な水平面をとる (図 6)。この微小水平面は強度  $P = p \Delta S$  の点状の線源と見なしてよい。ここから等方的にガンマ線が放射される。測定点と微小面の距離は  $\sqrt{r^2 + h^2}$  である。吸収線量率の表式 (3.3) を使えば、測定点での吸収線量率への微小面  $\Delta S$  の寄与は、

$$\Delta\epsilon_{\text{abs}} = \frac{\hbar\omega \zeta_{\text{en}}^{\text{water}} \eta p \Delta S}{4\pi(r^2 + h^2)} \quad (4.1)$$

とわかる。

線源が複数あるときには、(1.8) でみたように、それぞれの線源からの吸収線量率への寄与をたしあわせれば全体の吸収線量率が得られる。この場合にはすべての微小面について足せばよい。 $\Delta\epsilon_{\text{abs}}$  が  $r$  にしか依存しないことに注意すれば、水平面全体からの放射の寄与を取り入れた吸収線量率は (通常の 2次元の極座標の積分を使って)

$$\epsilon_{\text{abs}} = \int_0^\infty \frac{\hbar\omega \zeta_{\text{en}}^{\text{water}} \eta p}{4\pi(r^2 + h^2)} 2\pi r dr = \frac{\hbar\omega \zeta_{\text{en}}^{\text{water}} \eta p}{2} \int_0^\infty \frac{r}{r^2 + h^2} dr \quad (4.2)$$

という積分で書ける。この定積分は原始関数が即座にわかる形なので、取り出して計算してみると、

$$\int_0^\infty \frac{r}{r^2 + h^2} dr = \frac{1}{2} \log(r^2 + h^2) \Big|_{r=0}^\infty \quad (4.3)$$

となり、 $r \uparrow \infty$  の側から発散してしまう！ 本当に線量率が無限大ならわれわれは一溜まりもない。

もちろん、この結果はナンセンスだ。線源が無限に広がっているとしたこと、そして、空気によるガンマ線の減衰効果を考えなかったことから病的なふるまいが出てきてしまった。しかし、「無限に広い面を考えたから発散するのは当たり前」と思わないほうがいい。確かに遠くにいけば行くほど広い面積があるわけだが、一方で、遠くからのガンマ線は (距離の二乗に反比例して) 弱くなっている。この両者の兼ね合いでぎりぎりに対数的な発散が生じるのである。

ところで、電磁気学の最初のあたりを学んだ人は、無限に広い平面に一様に分布した電荷の作る電場は (そもそも有限であり) 平面からの距離に依存しないことを知っているだろう。これは無限に広い平面上の分布を考えても必ずしも発散が生じるわけではないことを示す好例だ。しかし、電場だって電荷からの距離の二乗に反比例して弱くなっていく。ガンマ線と同じではないか。それなら、なぜ電場では発散がなくガンマ線では発散がおきたのだろうか？ 少し考えてみてほしい<sup>22</sup>。

<sup>22</sup> 「広い範囲の地面に一様に放射性物質が付着した状況」に直面したとき、「これは平面上の電荷分布のつくる電場の問題と同じだから、理論的には、ガンマ線の強さは高さに依存しない」と脊髄反射的に思った物理の専門家は少なくないと思われる。告白すると、私もその一人である。

**空気による減衰を取り入れた解析** やはり線源は無限の平面に一様に分布しているとして、今度は空気による減衰の効果をきちんと取り入れてみよう。吸収線量率の表式として、(3.3)ではなく(3.5)を使うわけだから、(4.1)に減衰の因子  $\exp[-\mu_{\text{air}} \sqrt{r^2 + h^2}]$  をかけてやればよい。

(4.2)に相当する積分は、もちろん収束するので、

$$\epsilon_{\text{abs}} = \int_0^\infty \frac{\hbar\omega \zeta_{\text{Sen}}^{\text{water}} \eta p}{4\pi(r^2 + h^2)} e^{-\mu_{\text{air}} \sqrt{r^2 + h^2}} 2\pi r dr = \hbar\omega \zeta_{\text{Sen}}^{\text{water}} f(\mu_{\text{air}} h) \eta p \quad (4.4)$$

とまとめよう。ここで、

$$f(\mu h) = \frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{r e^{-\mu \sqrt{r^2 + h^2}}}{r^2 + h^2} dr = \frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{s e^{-\sqrt{s^2 + (\mu h)^2}}}{s^2 + (\mu h)^2} ds \quad (4.5)$$

という量を定義した。二つ目の表式は  $s = \mu r$  と変数変換すれば得られる。この最後の表式から定積分が  $\mu h$  のみに依存することがわかるので、 $f(\mu h)$  と書いた。この積分は初等関数では表現できないので、必要に応じて数値計算で求めることになる（しかし、すぐ後でみるように、簡単な近似式(4.11)がある）。

注意しておきたいのは、(4.4)の積分は指数的減衰の項  $e^{-\mu_{\text{air}} \sqrt{r^2 + h^2}}$  のおかげで収束していることである。よって積分の際には  $r$  が小さい範囲だけでなく、大ざっぱに言って  $r \lesssim L_{\text{air}}$  程度の範囲の  $r$  がすべて寄与することになる ( $L_{\text{air}}$  は(2.4)で定義した半減長)。これは放射線の線量率を議論（あるいは測定）する際に頭に入れておくべきことだと思う。

(4.4)が、平面状の放射線源の強度密度  $p$  と空間で測られる吸収線量率  $\epsilon_{\text{abs}}$  を結びつける関係式である。定数  $\hbar\omega \zeta_{\text{Sen}}^{\text{water}}$  は既に(1.6)で求めてある。測定点の高さを与えれば  $f(\mu_{\text{air}} h)$  が決まり、それで具体的な関係になる。たとえば、標準的な測定を想定して  $h = 1 \text{ m}$  とすると、 $f(\mu_{\text{air}} h) \simeq 2.0$  となるので、(4.4)は、

$$\epsilon_{\text{abs}} \simeq 6.0 \times 10^{-16} \text{ Sv m}^2 \times p \quad (4.6)$$

となる。習慣通り  $\epsilon_{\text{abs}}$  を  $\mu\text{Sv/h}$  で、強度密度  $p$  を  $\text{kBq/m}^2 = 10^3/(\text{s m}^2)$  の単位で表わすことを想定して上の式を書き直すと、

$$\begin{aligned} \epsilon_{\text{abs}} &\simeq 6.0 \times 10^{-16} \times 10^6 \mu\text{Sv} \frac{60^2 \text{ s}}{\text{h}} \frac{10^3}{10^3} \text{m}^2 \times p \\ &\simeq 2.2 \times 10^{-3} \times p \frac{\mu\text{Sv}}{\text{h}} \left( \frac{\text{kBq}}{\text{m}^2} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (4.7)$$

となる。IAEAの資料([7]の99ページ)にある値(2.2ではなく2.1とある)とほぼ完全に一致している<sup>23</sup>。

よって、地面の強度密度が  $p = 1 \text{ kBq/m}^2$  なら、高さ1 mでの吸収線量率  $\epsilon_{\text{abs}}$  は約  $0.002 \mu\text{Sv/h}$  ということになる。同じ関係を逆に使えば、線量計の読みから地面

<sup>23</sup>ただし、IAEAの資料([7]の101ページ)は地面の粗さも考慮した数値とある。

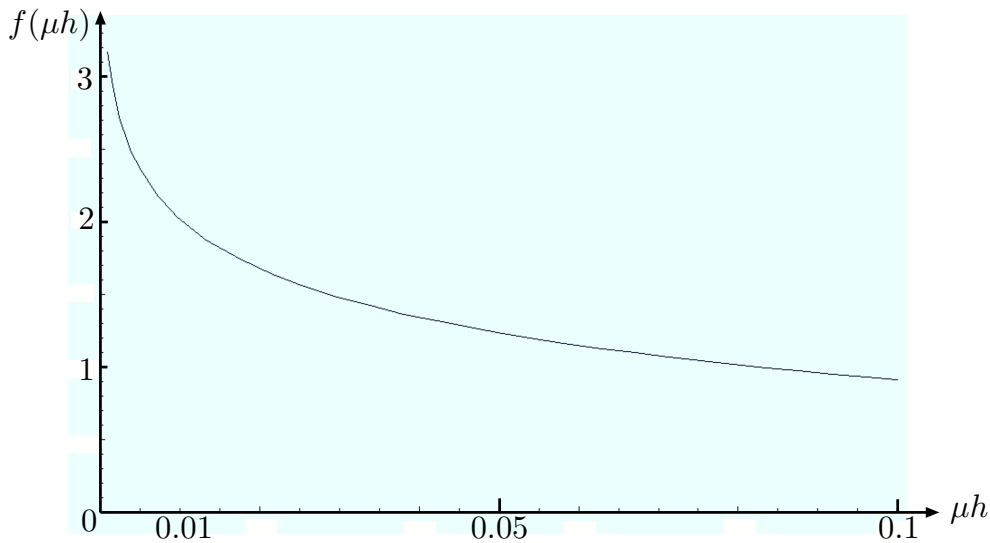


図 7: 吸収線量率の高さ依存性を決める量  $f(\mu h)$  を  $\mu h$  が 0.001 から 0.1 の範囲でプロットした。

の汚染を推定することができる。たとえば、高さ 1 m での吸収線量率が  $0.4 \mu\text{Sv/h}$  だとすると、 $p \sim 200 \text{ kBq/m}^2$  となる。ただし、これは全てのガンマ線が  $^{137}\text{Cs}$  から来ると仮定した結果なので、汚染を数倍に過大評価している<sup>24</sup>。いずれにせよ、放射線管理区域の目安となる汚染の密度が  $4 \text{ Bq/cm}^2 = 40 \text{ kBq/m}^2$  だということを思うと<sup>25</sup>、 $0.4 \mu\text{Sv/h}$  というのはきわめて高い線量率である<sup>26</sup>。

**吸収線量率の測定点の高さへの依存性** ここで、測定点の高さ  $h$  が吸収線量率にどう影響するかを見よう。そのためには、少し前の表式 (4.4) に戻る。最右辺にある  $f(\mu_{\text{air}}h)$  が吸収線量率の高さ依存性を決めている。

関数  $f(\cdot)$  は初等関数では表わせないので、適当な値について数値計算してみると、次のようになる。

$\mu h$	$10^{-5}$	$10^{-4}$	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	1	2	3
$f(\mu h)$	5.47	4.32	3.17	2.02	0.91	0.110	0.024	0.0065

$\mu h$  が 1 を越えると指数関数的減衰の寄与で急激に小さくなる。 $\mu h$  が  $10^{-1}$  近辺では 1 のオーダーとなり、それから  $\mu h$  が 0 に向かうにつれてゆるやかに無限大に発散していく。この一部をグラフにしたのが図 7 である。

<sup>24</sup>全てのガンマ線が  $^{134}\text{Cs}$  由来と仮定すると  $p \sim 70 \text{ kBq/m}^2$  となる。現実はこちらの間にあると考えていだろう

<sup>25</sup>放射線管理区域にはいろいろな種類があるので、私には正確なことはよくわかっていないのだが。

<sup>26</sup>しかし、これを書いている 2011 年 5 月末、千葉や茨城などの多くの土地でこれくらいの線量率が観測されている。

表やグラフをみると、測定点が高くなるほど吸収線量率が少しずつ減少することがわかる。たとえば、地上 1 m の測定と 10 m, 18 m での線量率を比べると、

$$\frac{f(\mu_{\text{air}} 1 \text{ m})}{f(\mu_{\text{air}} 10 \text{ m})} \simeq 2.2, \quad \frac{f(\mu_{\text{air}} 1 \text{ m})}{f(\mu_{\text{air}} 18 \text{ m})} \simeq 3.1 \quad (4.8)$$

である。1 m の高さでの線量率と比べると、10 m では約半分、18 m では約 1/3 になるということだ。もちろん、これは非現実的な無限平面の放射線源を想定した結果である。現実の吸収線量率は建物による遮蔽などさまざまな要因に影響されると考えられる。また、実際の線量計での測定は感度の異方性のために異なったふるまいを示すはずだ（本節の最後を見よ）。

高さが 1 m 以下での変化はゆるやかである。50 cm の高さでの測定も（子供向けに？）推奨されているようだが、 $f(\mu_{\text{air}} 0.5 \text{ m})/f(\mu_{\text{air}} 1 \text{ m}) \simeq 1.2$  だから、1 m での測定とほとんど変わらないことになる。あるいは、 $f(\mu_{\text{air}} 0.1 \text{ m})/f(\mu_{\text{air}} 1 \text{ m}) \simeq 1.6$  なので、10 cm の高さで測定しても（あくまで理論上は）6 割り増しということになる<sup>27</sup>。

ところで、 $f(\mu h)$  を定義する積分 (4.5) で  $t = \sqrt{s^2 + (\mu h)^2}$  と変数変換し、積分指数関数の展開の表式<sup>28</sup> を用いると、

$$f(\mu h) = \frac{1}{2} \int_{\mu h}^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt \simeq \frac{1}{2} \{-\gamma - \log(\mu h) + \mu h\} \quad (4.9)$$

という近似式が得られる（元は  $\mu h$  についてのべき級数展開だったものを一次までで止めた）。 $\gamma \simeq 0.5772$  はオイラーの定数である。 $\mu h \lesssim 0.5$  の範囲でこの近似は十分に正確である。 $\mu h \lesssim 0.1$  なら  $f(\mu h) \simeq \{-\gamma - \log(\mu h)\}/2$  で十分である。

なお  $h \downarrow 0$  の極限で  $f(\mu_{\text{air}} h)$  が（そして  $\epsilon_{\text{abs}}$  が）ゆっくりと対数的に発散するのは純粋な数学的な問題である。現実には、放射性物質は地面の表面だけでなくある程度の深さまで分布しており、われわれはそれらの放射性物質からの放射線の合計を浴びている。応用を考える際にこの発散の問題を気にする必要はない<sup>29</sup>。

**「距離のカットオフ」を入れる計算** ここでの計算が大ざっぱな評価を目指したものであったことを思うと、(4.5) のような量を定義していちいち数値積分するのは手がかかり過ぎていてバランスが悪い。重要なのは空気による減衰のために遠くから来るガンマ線が寄与しなくなることである。大ざっぱな値を得るためには、適

<sup>27</sup>実際には、この高さになると地面の凹凸など様々な影響がでるだろうが。測定の際には決められた高さ（1 m や 50 cm）で測るのがいい

<sup>28</sup>岩波「数学公式 I」p.154 を見よ。

<sup>29</sup>しかし、数学の問題としては気になる！ 実際、面上の放射性物質の密度は一定なのに吸収線量率が発散するのは不思議ではないだろうか。「面が無限だから」と即答した人はもちろん不正解。空気による減衰が入っているのだから遠くからの寄与はない。実際、線源の範囲を有限にした（つまり、単位時間に放射される全エネルギーも有限なときの）結果 (4.11) も  $h \downarrow 0$  で発散する。これはパラドックスではないのか？（私も悩んだ。）



当な「カットオフ」の距離  $R$  を「手で」導入し、(4.2) に現れた発散積分を

$$\int_0^{\infty} \frac{r}{r^2 + h^2} dr \rightarrow \int_0^R \frac{r}{r^2 + h^2} dr = \frac{1}{2} \log(r^2 + h^2) \Big|_{r=0}^R = \frac{1}{2} \log \left[ \left( \frac{R}{h} \right)^2 + 1 \right] \quad (4.10)$$

のように、収束積分で置き換えてやれば十分だろう。問題は、カットオフ  $R$  の選び方だが、(2.4) で導入した (空気中のガンマ線の) 半減距離  $L_{\text{air}}$  を使うのがもっともらしい<sup>30</sup>。

こうして、水平面に一様な強度密度  $p$  の線源が分布してるときの、地面から高さ  $h$  の点での吸収線量率について、

$$\epsilon_{\text{abs}} = \frac{\hbar\omega \zeta_{\text{en}}^{\text{water}}}{4} \log \left[ \left( \frac{L_{\text{air}}}{h} \right)^2 + 1 \right] \eta p \quad (4.11)$$

という使いやすい表式が得られる。実際に数値計算して確かめてみると、(4.11) は (より込み入った) (4.4) と広い  $h$  の範囲<sup>31</sup> で数パーセントの精度で一致している (ここまで一致するのは偶然だろう<sup>32</sup>)。この程度の評価をするだけならこの表式で十分ということになる。

せっかくなので、 $h = 1 \text{ m}$  での結果が IAEA の資料 ([7] の 99 ページ) と一致するように係数を微調整して、具体的な「使える」表式を書いておこう。十分に広い地面が一様な強度密度  $p$  (たとえば  $\text{kBq/m}^2$  で測る) の  $^{137}\text{Cs}$  だけに汚染されているとき、地面から高さ  $h$  のところでの、あらゆる方向からの放射を取り入れた吸収線量率は、

$$\epsilon_{\text{abs}} \simeq 2.5 \times 10^{-4} \log \left[ \left( \frac{69 \text{ m}}{h} \right)^2 + 1 \right] \times p \frac{\mu\text{Sv}}{\text{h}} \left( \frac{\text{kBq}}{\text{m}^2} \right)^{-1} \quad (4.12)$$

と見積もれる。なお、放射性物質が  $^{134}\text{Cs}$  だけのときは、IAEA の資料 ([7] の 99 ページ) のデータにあわせると、(4.12) 右辺の 2.5 を 6.4 で置き換えればいい。 $^{137}\text{Cs}$  と  $^{134}\text{Cs}$  の両方があるときは、二つの寄与を足すことになる。

また、周囲を高いビルや壁などで遮られた空き地のようなところ、あるいは、ビルの屋上で測定する場合は、ガンマ線は (69 m よりはずっと短い) 一定の距離からしか届かないと考えていいだろう。このときは、(4.11) での  $L_{\text{air}}$  を壁や屋上の端までの距離で置き換えれば、 $\epsilon_{\text{abs}}$  と  $p$  の関係の大ざっぱな目安が得られる。

**線量計の異方性** これまでの吸収線量率の評価では、あらゆる方向からの放射線が寄与すると考えてきた。実際、汚染された地面の上の物体 (たとえば人間) が受ける放射線を見積もるときには、これが正しい仮定である。

<sup>30</sup> 「線源と測定点の距離が問題だから  $R = \sqrt{(L_{\text{air}})^2 - h^2}$  とするのが正しい」という意見はもっともだが、ここではもっと気楽な評価をしている (それで十分)。

<sup>31</sup>  $\mu_{\text{air}}h$  が 0.5 以下、つまり  $h$  が 50 m 以下なら大丈夫なので、実際問題としてはいつでも使える。

<sup>32</sup>  $f(\mu h) \simeq \{-\gamma - \log(\mu h)\}/2$  を「カンニング」すると  $R = e^{-\gamma}/\mu_{\text{air}}$  と選ぶべしということになる。実際、こうすれば  $\mu_{\text{air}}h$  が小さいところでの一致は素晴らしいのだが、 $\mu_{\text{air}}h$  が 0.5 近辺では上のように選ぶほうが (たまたま) よい結果が得られる。

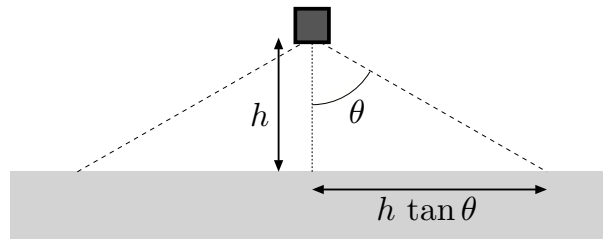


図 8: 異方性のある線量計のもっとも簡単なモデル。点線で示した、真下から測って角度  $\theta$  のあいだからの放射線だけをカウントする。このような線量計での測定結果は（理論的には）高度に依存しないことになる。

しかし、放射線の強さを測るための線量計は、かならずしも全ての方向からの放射線をカウントするとは限らない。実際の線量計がどういう構造になっているかは（未だ）よく知らないので、最も簡単なモデルを考えよう<sup>33</sup>。線量計の「窓」を真下に向けたとき、真下に向かう線と  $\theta$  の角度をなす範囲から飛び込んでくる放射線だけを漏らさずカウントしていることにする（図 8）。すると、地面上で半径が  $h \tan \theta$  の円の内側からの線源の寄与だけを考えることになるので、(4.10)でのカットオフを  $R = h \tan \theta$  と選べばいい。すると、吸収線量率は

$$\epsilon_{\text{abs}} = \frac{h\omega \zeta_{\text{en}}^{\text{water}}}{4} \log[(\tan \theta)^2 + 1] p \quad (4.13)$$

となり、理論的には測定点の高さに依存しないことになる<sup>34</sup>。

この解説を書いた経緯は冒頭の脚注で述べた通りである。これをまとめることを可能にしてくれた牧野淳一郎氏と江沢洋氏に感謝する。また、本稿についての貴重なコメントをくださった江沢洋、上條隆志、押川正毅の各氏に感謝したい。

## 参考文献

- [1] 牧野淳一郎「牧野の公開用日誌」

<http://jun-makino.sakura.ne.jp/Journal/journal.html>

特に関連する話題が取り上げられているのは 2011 年 4 月 29 日の日記。また、以下の「スーパーコンピューティングの将来」の 97 以降では原子力発電所事故についての牧野氏の分析がまとめられている。私が知る限り、これは事故についてのもっとも冷静で的確な（リアルタイムの）考察である。

[http://jun-makino.sakura.ne.jp/articles/future\\_sc/face.html](http://jun-makino.sakura.ne.jp/articles/future_sc/face.html)

<sup>33</sup>実際の線量計の方向依存性は、ここで考えたものとはかなり異なるようだ。ガイガーカウンターでガンマ線を測る場合には、「正面」よりもむしろ「側面」のほうが感度が高い。

<sup>34</sup>言うまでもなく、ここで求めた吸収線量率は全方向を足しあげた (4.6), (4.7) よりも小さい。ただし、実際の線量計はそこまで見越して校正してあるとも推測されるので、線量計の読みについては何とも言えない。

- [2] 江沢洋「放射線の強さはどう測るか?」、江沢洋・東京物理サークル [編著] 『物理なぜなぜ事典 (増補版)』 第2巻、p.309 (日本評論社、2011)
- [3] 江沢洋「ベクレルとグレイ、シーベルト」(未公開)
- [4] 大塚徳勝、西谷源展「Q&A 放射線物理 (改訂新版)」(共立出版、2007)
- [5] The Lund/LBNL Nuclear Data Search,  
<http://nucleardata.nuclear.lu.se/NuclearData/toi/>
- [6] Radiological Health Handbook (U. S. Department of Health, Education and Welfare, Public Health Service, 1970)  
<http://www.osti.gov/energycitations/servlets/purl/4708654-0dwoYD/>
- [7] IAEA-TECDOC-1162, *Generic procedures for assessment and response during a radiological emergency*, Section E Dose Assessment.  
[http://www-pub.iaea.org/mtcd/publications/pdf/te\\_1162\\_prn.pdf](http://www-pub.iaea.org/mtcd/publications/pdf/te_1162_prn.pdf)