

# Javaによる数値計算のすすめ



---

九州工業大学 大学院情報工学研究院

古賀 雅伸

# 目次

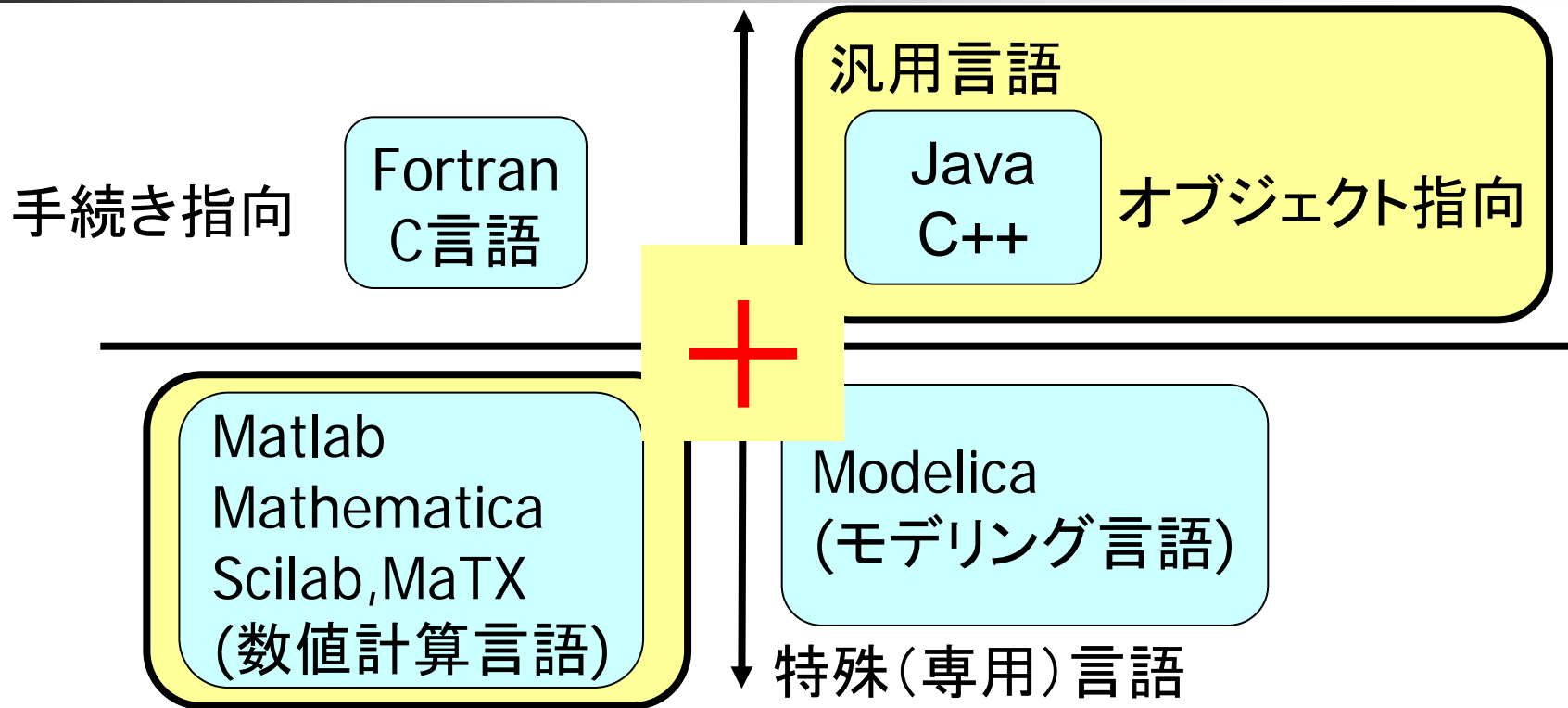
---

- はじめに
- Javaは遅い？速い？
  - JavaとCのベンチマーク
  - JITとAOTとLLVM
- Javaによる数値計算に関する情報
  - 書籍(日本語、英語)
  - ライブラリ
- Javaによる数値計算の応用
  - 数値シミュレーション
  - 高品質数値計算
- まとめ

# 目次

- はじめに
- Javaは遅い？速い？
  - JavaとCのベンチマーク
  - JITとAOTとLLVM
- Javaによる数値計算に関する情報
  - 書籍(日本語、英語)
  - ライブラリ
- Javaによる数値計算の応用
  - 数値シミュレーション
  - 高品質数値計算
- まとめ

# 数値計算に用いるプログラミング言語



## ■ 要求

- 広く普及した標準技術 (開発者の確保) ➡ 汎用言語
- 大規模・複雑化へ対応 ➡ オブジェクト指向
- 可読性・保守性に優れる ➡ 数値計算言語

# 目次

- はじめに
- Javaは遅い？速い？
  - JavaとCのベンチマーク
  - JITとAOTとLLVM
- Javaによる数値計算に関する情報
  - 書籍(日本語、英語)
  - ライブラリ
- Javaによる数値計算の応用
  - 数値シミュレーション
  - 高品質数値計算
- まとめ

# JavaとCのベンチマーク

---

- Stefan Krause (2009.1.29)
- <http://www.stefankrause.net/wp/?p=4>
- 問題(入出力無し、文字列処理無し)
  - Mandelbrot, NBody, Spectralnorm (実数)
  - Frannkuch (整数)
- 10回測定した平均
- Javaでは2回目以降使用(JITの起動コスト無し)
- 実行環境
  - CPU: Intel Core 2 Duo 2GHz, RAM: 2GB
  - OS: Ubuntu 7.04 32Bit

# Java環境とC環境

---

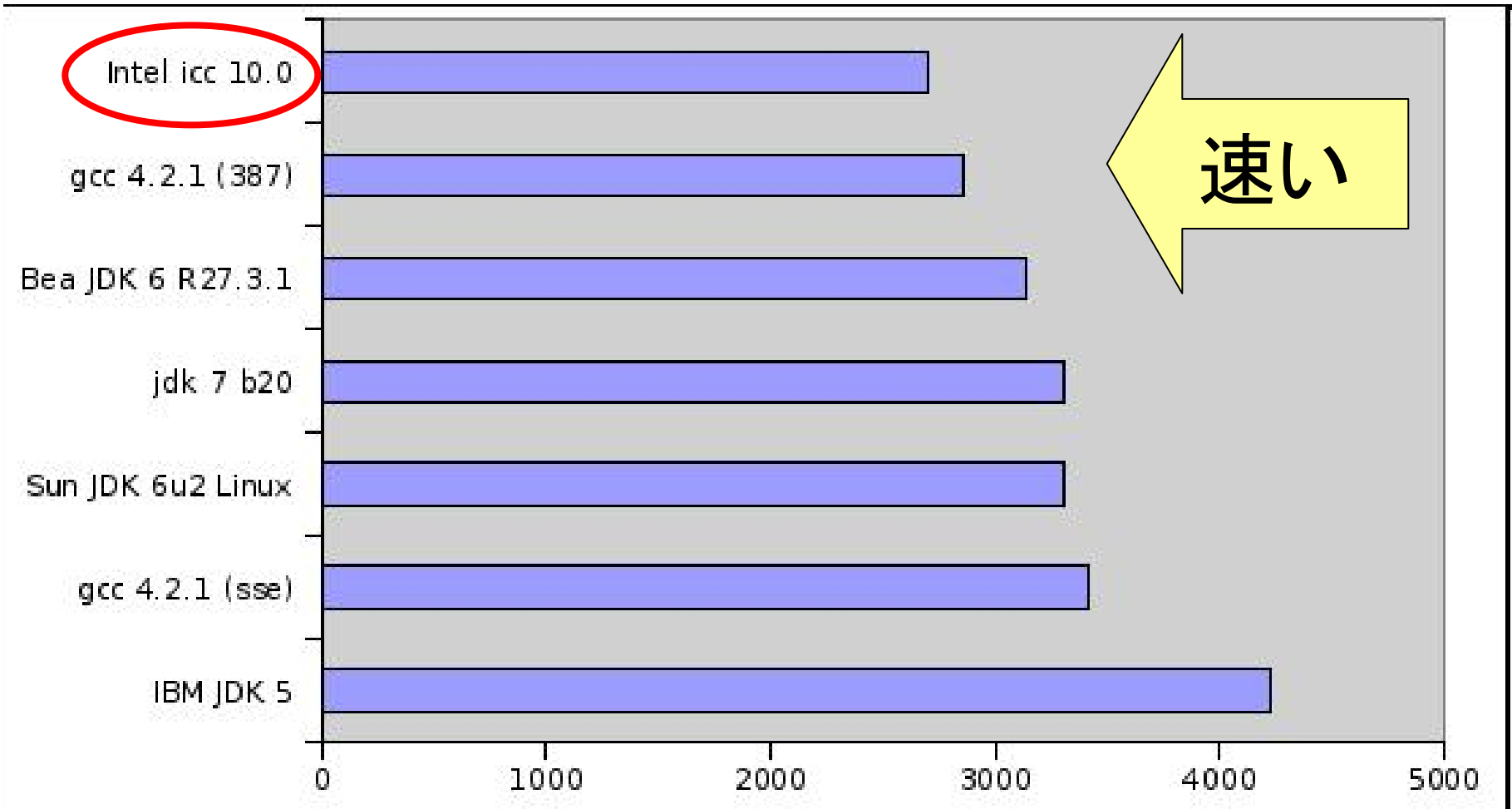
## ■ Java

- Sun JDK 6u2, Sun JDK 7b20
- IBM JDK 5, Oracle JRockit JDK 6 R 27.3.1
- -serverオプション

## ■ C

- gcc 4.2.1
  - -mfpmath=387 -march=native -O3 ...
  - -mfpmath=sse -march=native -O3 ...
- Intels ICC 10.0
  - -xT -fast

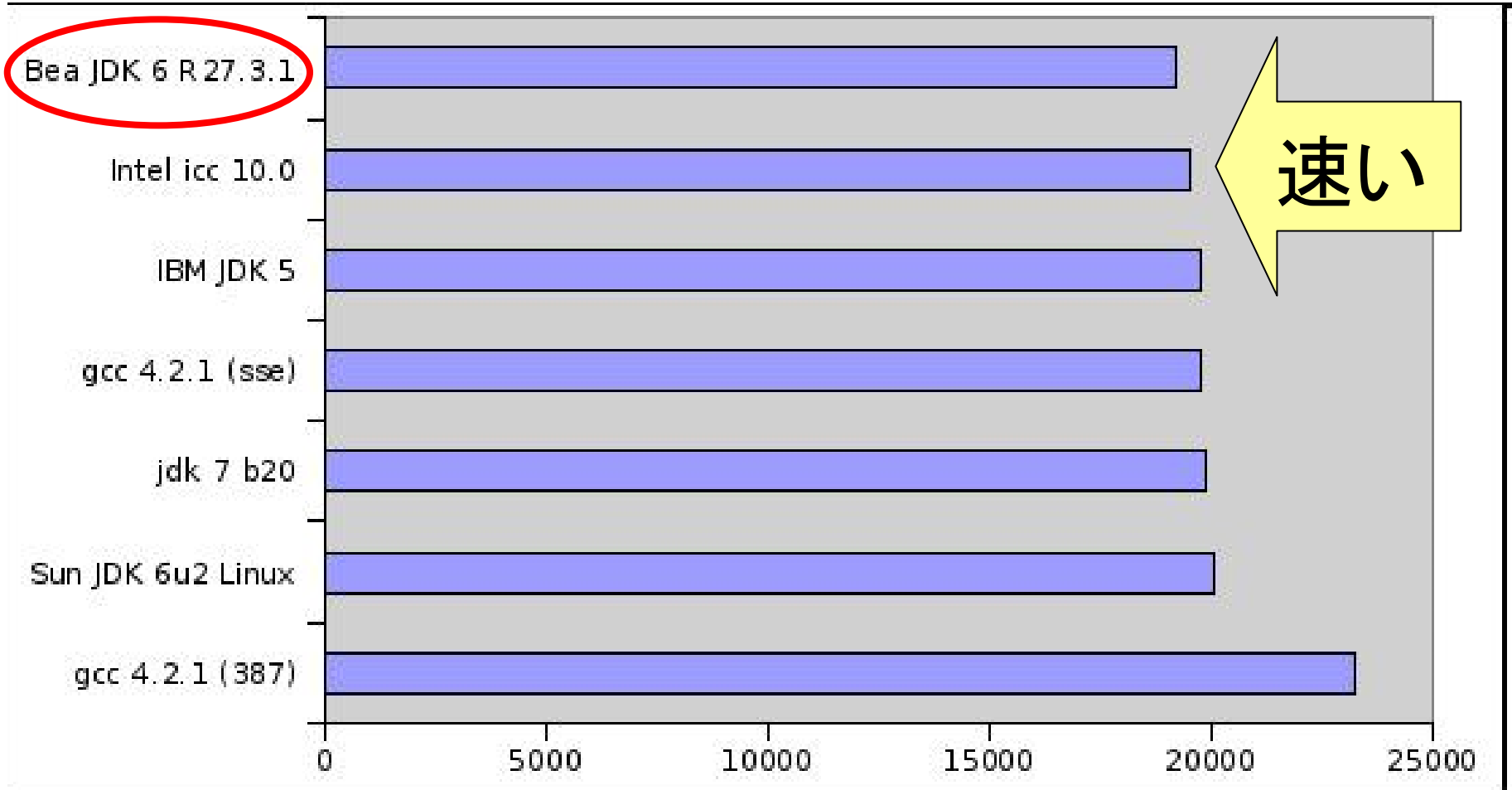
# Mandelbrot



icc > gcc(387) > JRockit > jdk7 > jdk6 > gcc(sse)

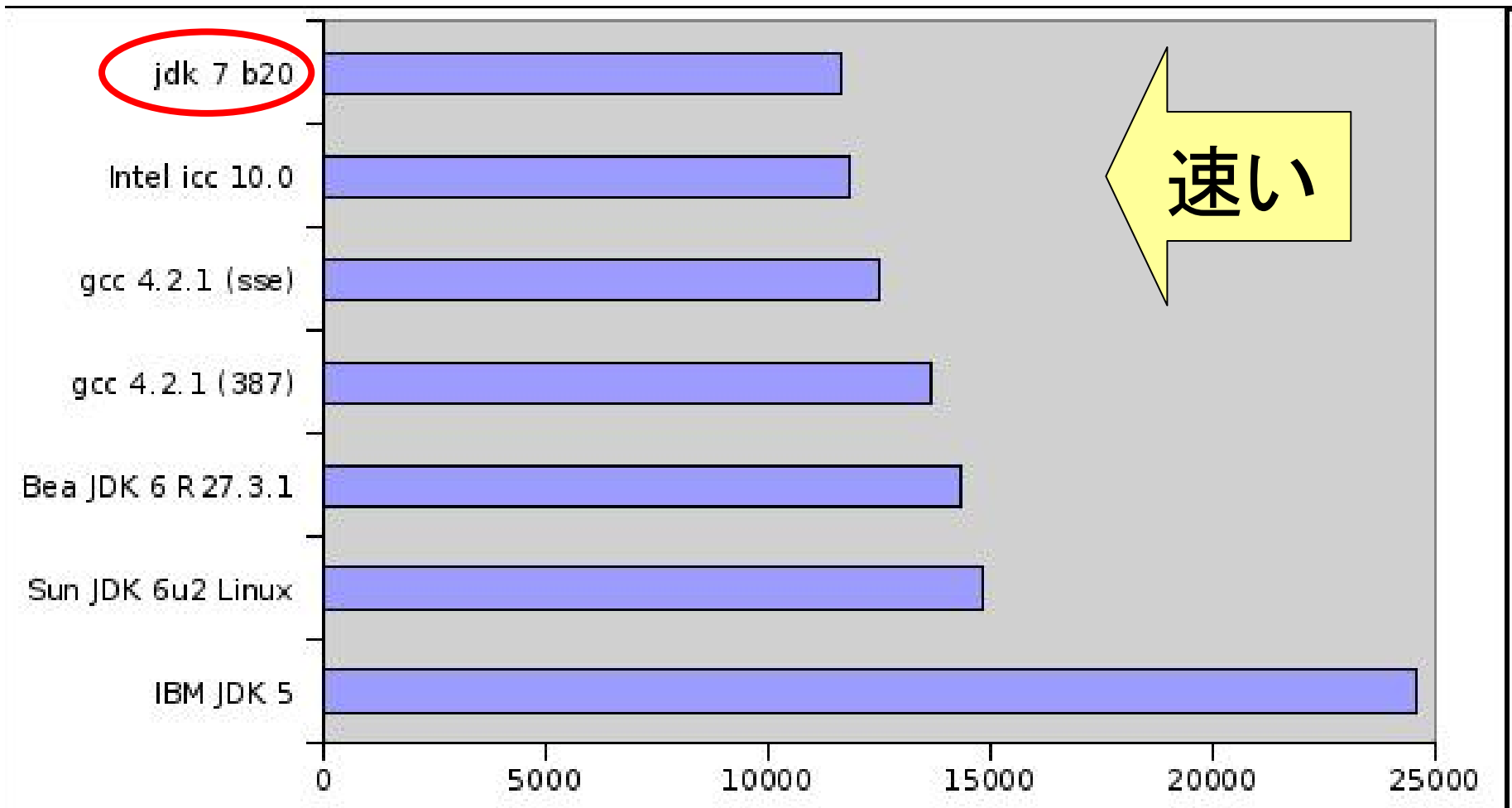


# Spectalnorm



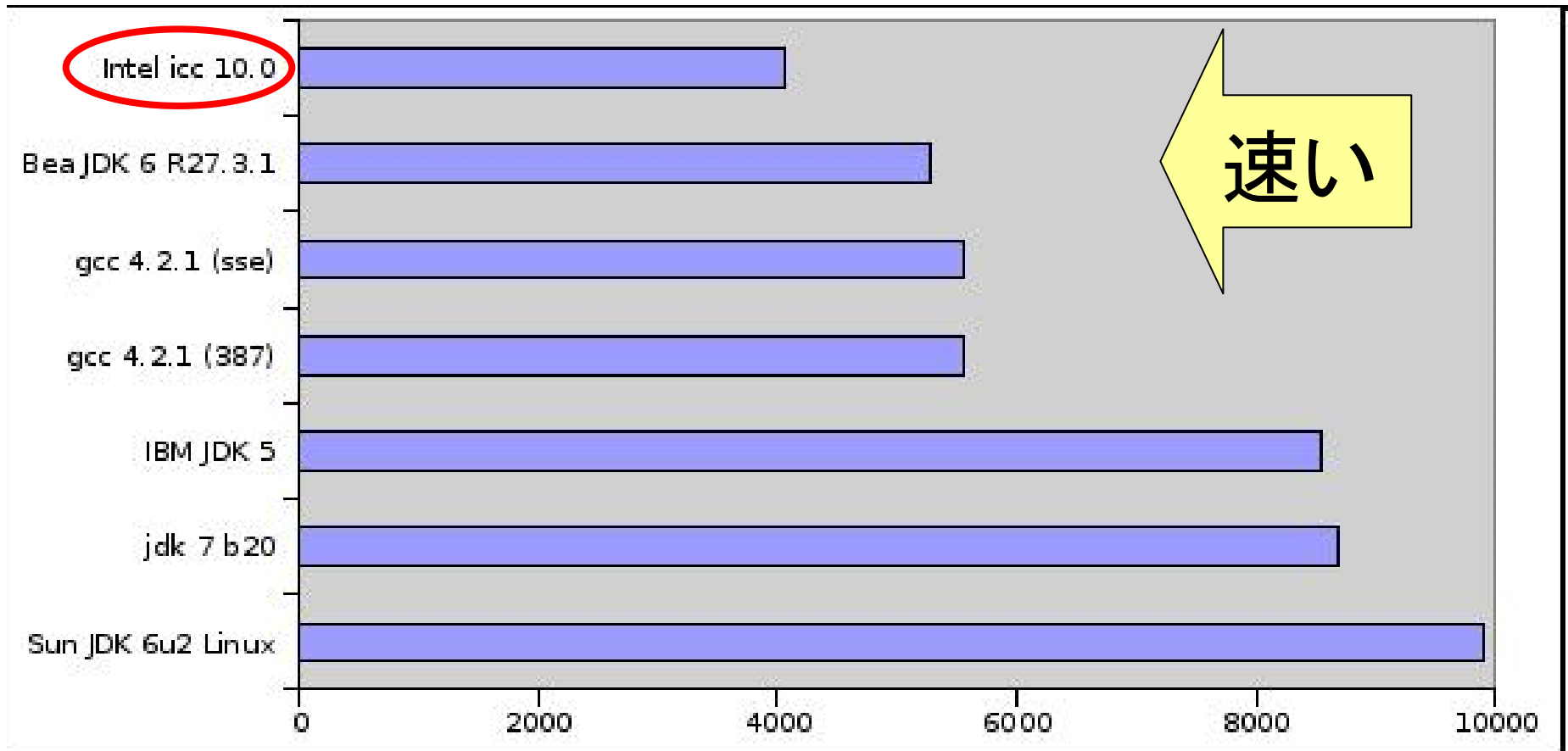
JRockit > icc > IBM jdk5 > gcc(sse) > jdk7 > jdk6

# NBody



jdk7 > icc > gcc(sse) > gcc(387) > JRockit > jdk6

# Frannkuch



icc > JRockit > gcc(sse) > gcc(387) > IBM jdk > jdk7

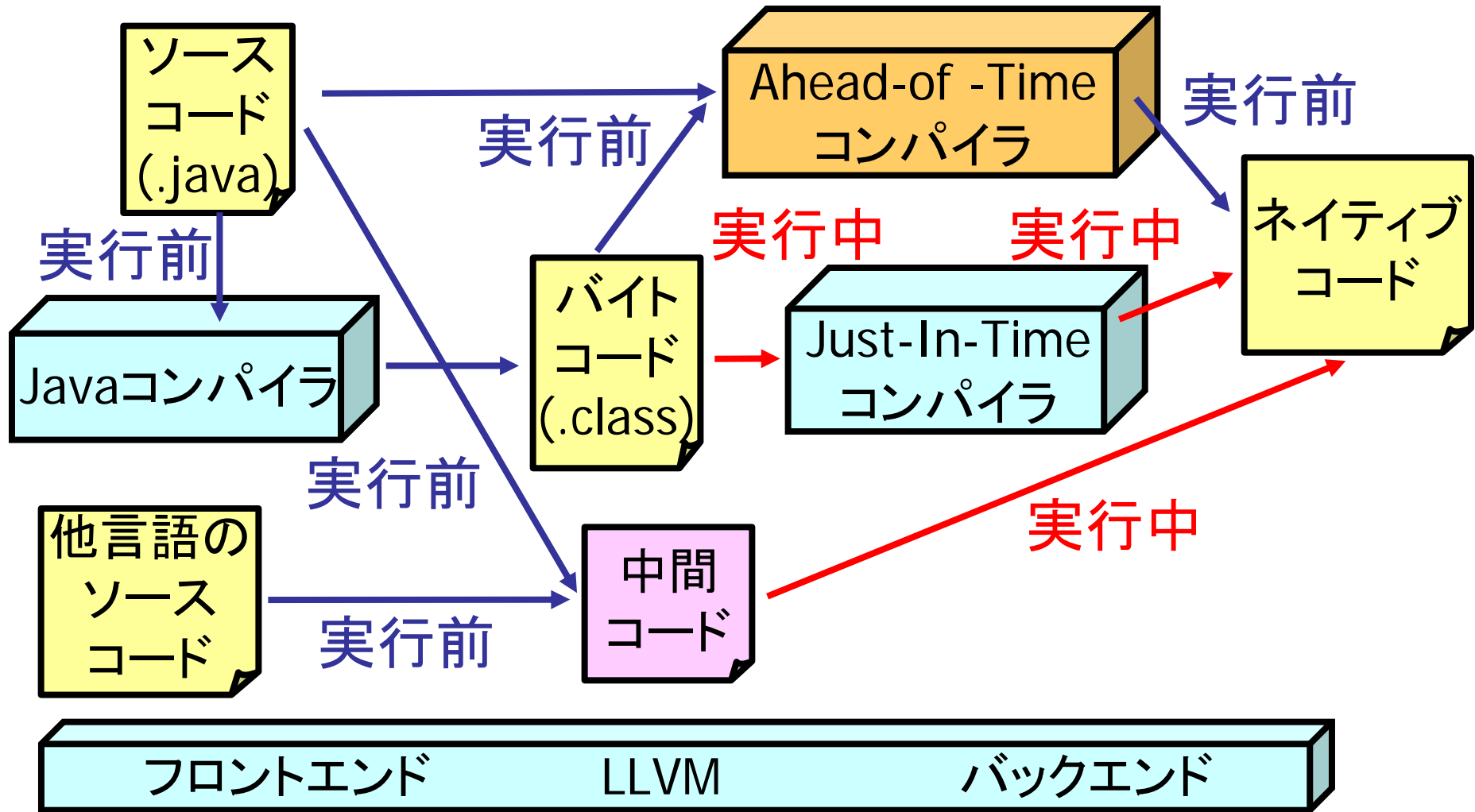
# ベンチマーク結論

---

- ICCはGCCより速い
- ICCは無難な選択
- Oracle JRockit JDKは最も早いJDK
- JDK7はJDK6より速い

**CとJavaの速さは同程度**

# JITとAOTとLLVM



参考: <http://www.shudo.net/article/Fedora-Core-Expert-200507-GCJ/>

# JITとAOTとLLVMの比較

---

- JIT(Just In Time)(実行)コンパイラ
  - [Sun JDK](#)
  - [Oracle JRockit](#)
  - [IBM JDK](#)
  - [Apache Harmony](#)
- AOT(Ahead Of Time)(事前)コンパイラ
  - [Excelsior JET](#)
  - [GNU Compiler for Java](#)
- LLVM(Lower Level Virtual Machine)コンパイラ
  - フロントエンド(中間コード生成)最適化
  - バックエンド(機械コード生成)最適化

# ベンチマーク実行方法

- Stefan Krause (2008.7.7)
- <http://www.stefankrause.net/wp/?p=9>
- 問題(入出力無し、文字列処理無し)
  - Mandelbrot, NBody, Spectralnorm (実数)
  - Frannkuch (整数)、Himeno
- 10回測定した平均
- Javaでは2回目以降使用(JITの起動コスト無し)
- 実行環境
  - CPU: Intel Core 2 Duo 2GHz, RAM: 2GB
  - OS: Ubuntu 7.04 32Bit

# 実行環境

---

## ■ JIT

- Sun JDK 6u2, Sun JDK 6u6
- Apache Harmony m6
- IBM JDK5, IBM JDK6
- -serverオプション

## ■ AOT

- gcc 4.2.3(-O3 -msse2 -march=native =mfpmath=387)
- Excelsior JET 6.0, JET 6.4

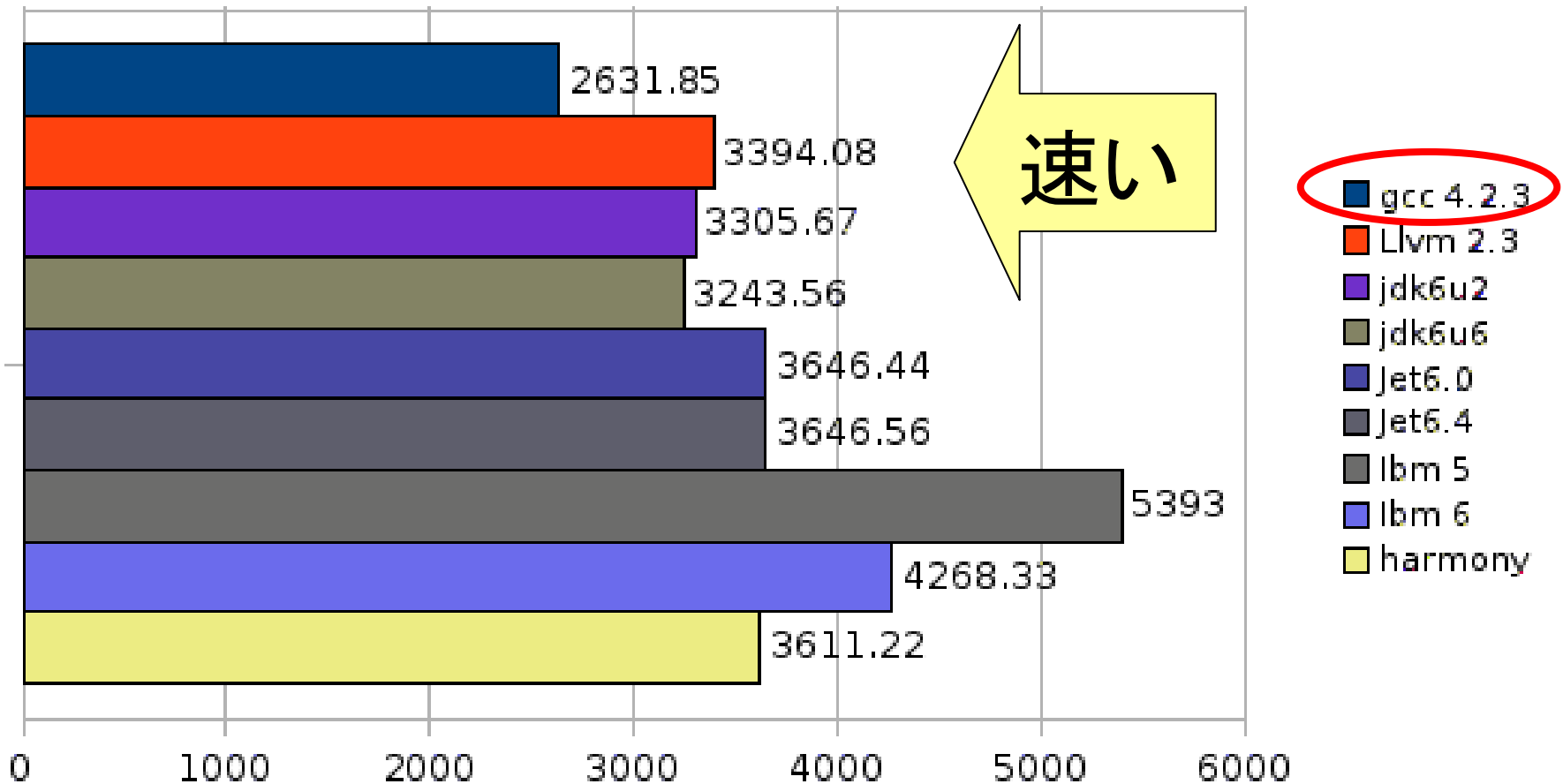
## ■ LLVM

- LLVM 2.3 (-mcpu=core2 -mattr=sse42)



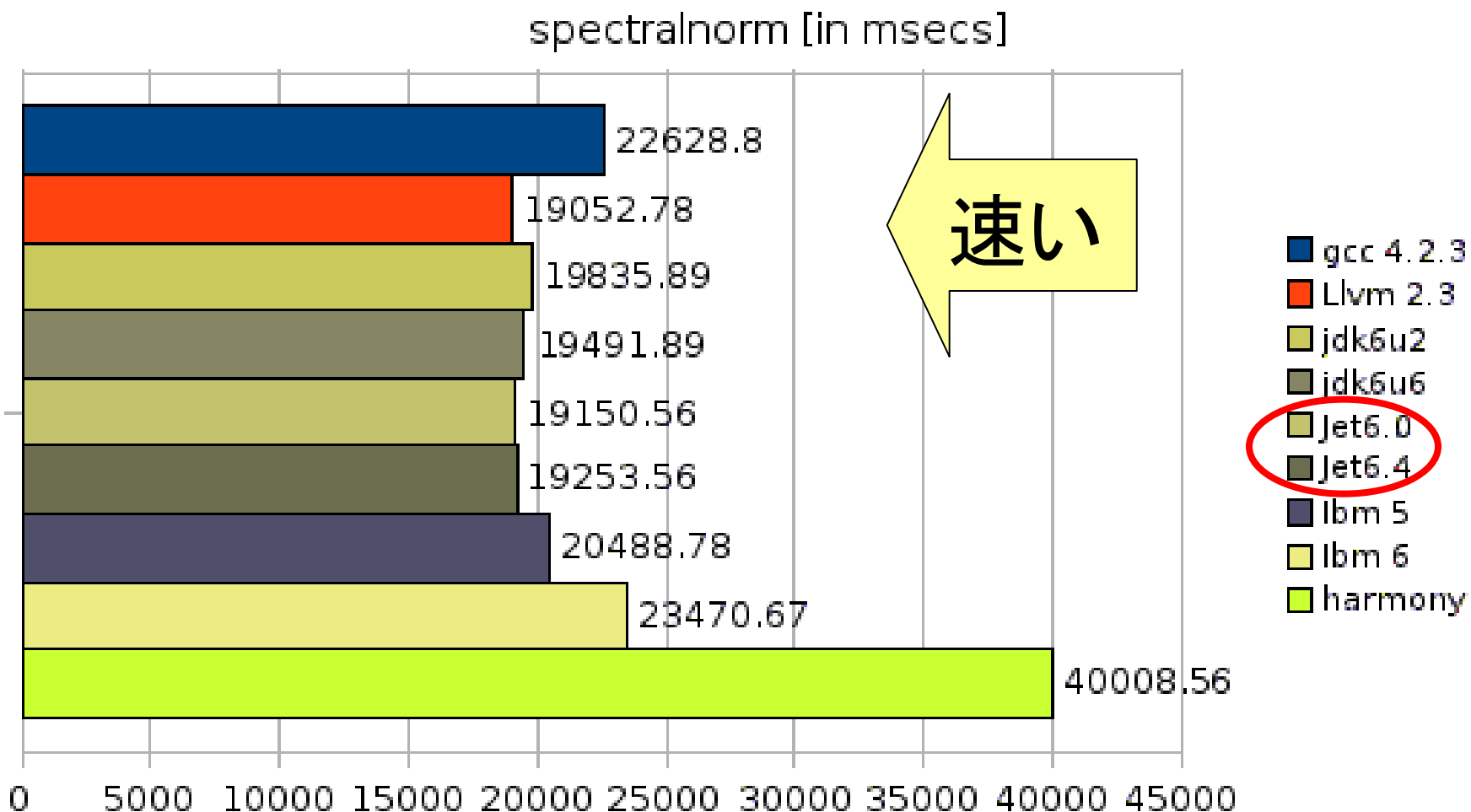
# Mandelbrot

mandelbrot [in msec]



gcj > JDK 6 > LLVM > Harmony > JET > IBM JDK

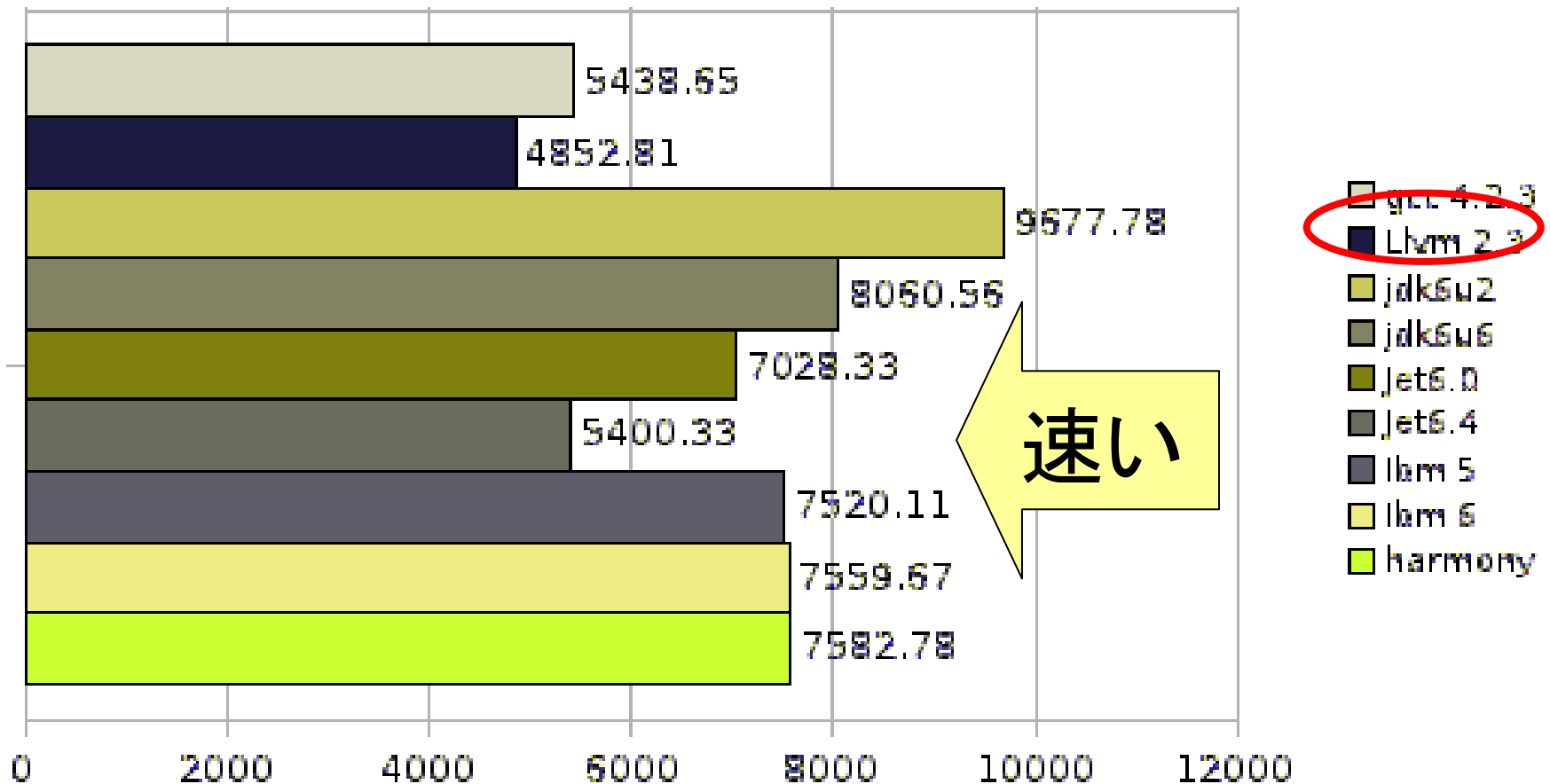
# Spectralnorm



JET > LLVM > JDK 6 > IBM JDK5 > gcj > Harmony

# Funnkuch

fannkuch [in msec]

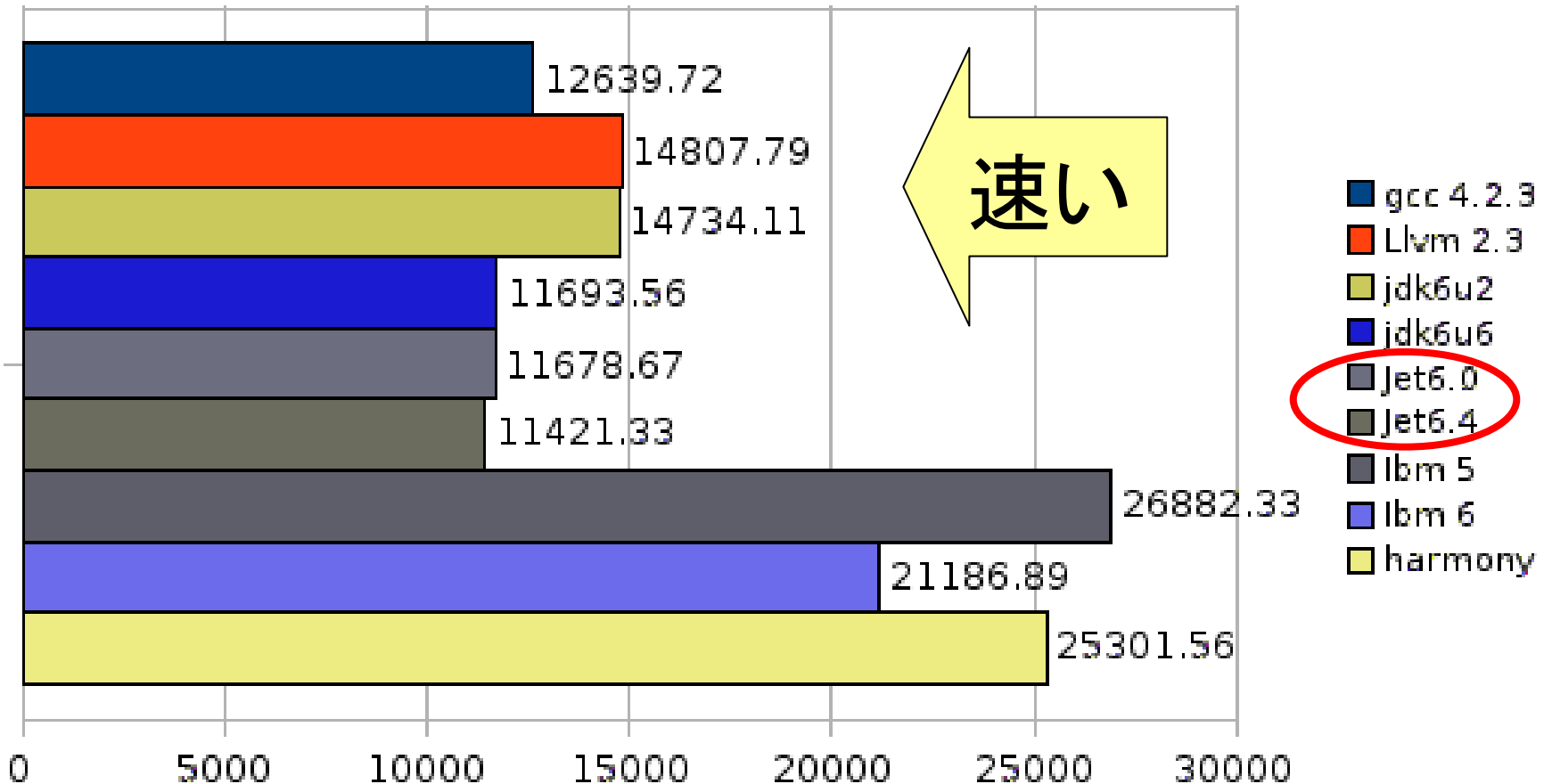


速い

LLVM > JET > gcj > IBM JDK > Harmony > JDK6

# NBody

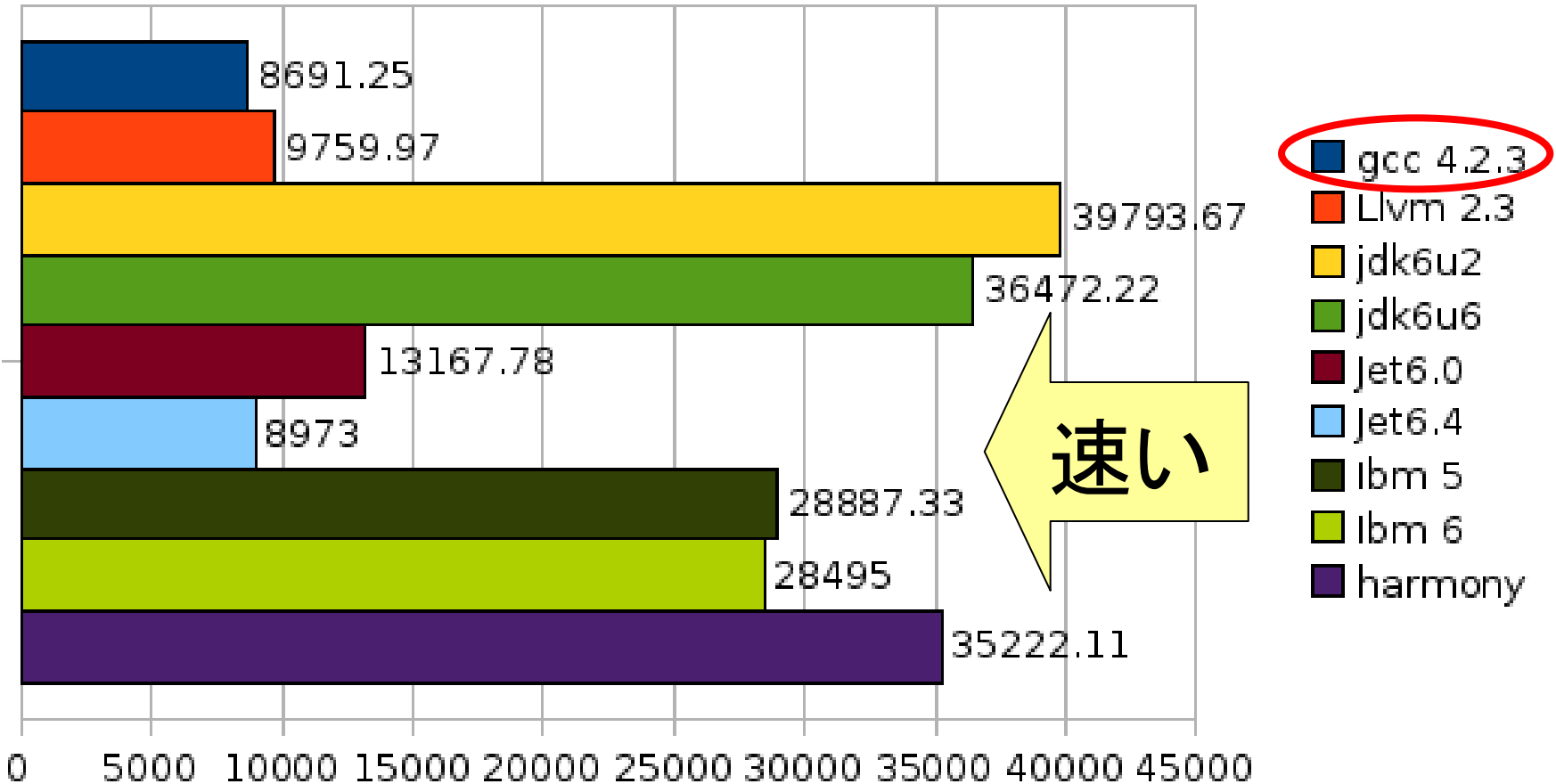
nbody [in msec]



JET > JDK 6 > gcj > LLVM > IBM JDK6 > Harmony

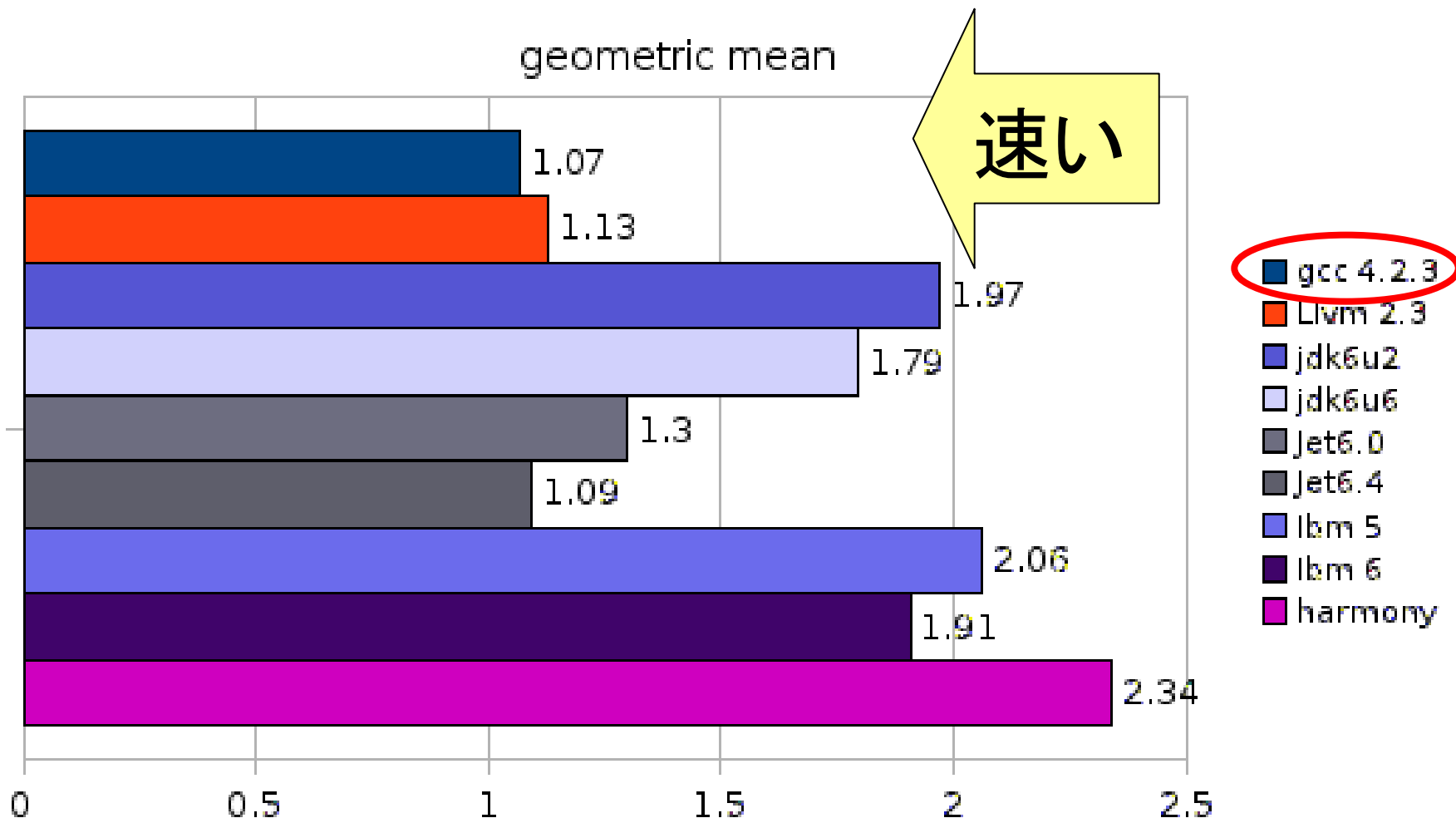
# Himeno

himeno m [in msec]



gcj > JET > LLVM > IBM JDK6 > Harmony > JDK6

# 5個のベンチマーク結果の幾何平均



gcj > JET > LLVM > JDK6 > IBM JDK6 > Harmony

# ベンチマークの結論

- GCJが一番速い
- JET6.4が二番目に速い
- LLVMは、かなり速い
- Sun JDKには不得意な処理がある
- Harmonyは改善の余地がある

AOTやLLVMは有望である

# 目次

- はじめに
- Javaは遅い？速い？
  - JavaとCのベンチマーク
  - JITとAOTとLLVM
- Javaによる数値計算に関する情報
  - 書籍(日本語、英語)
  - ライブラリ
- Javaによる数値計算の応用
  - 数値シミュレーション
  - 高品質数値計算
- まとめ



# Javaによる数値計算に関する情報(2003年以前)

---

- Java Numerics
- <http://math.nist.gov/javanumerics/>
- 1998～2003
- JGF(Java Grande Forum )のNumerics WG
- 情報
  - ベンチマーク
  - ライブラリ
  - ツール、ユーティリティー
  - 参考文献
  - 関連リンク

# Javaによる数値計算に関する書籍(日本語)(1/2)

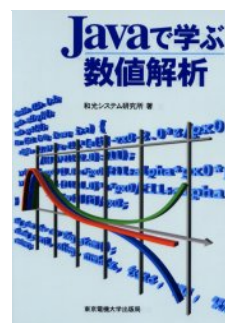
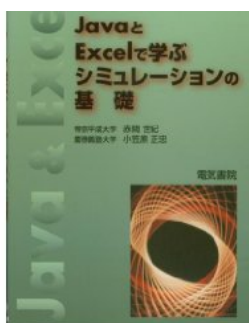
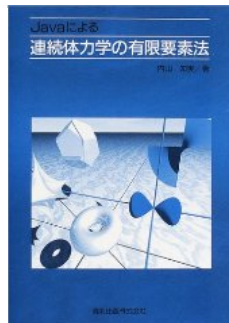
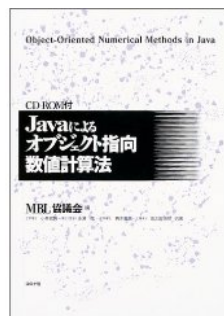
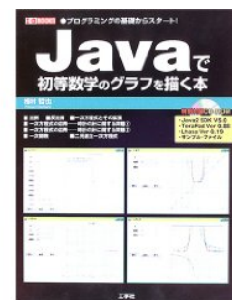
1999年		Java2による数値計算
		CとJavaで学ぶ数値シミュレーション入門
2000年		Javaで学ぶ数値計算
2001年		Javaによる連続体力学の有限要素法
		Javaによる流体・熱流動の数値シミュレーション
2003年		Javaによるオブジェクト指向数値計算法
2004年		理工系のJava
		Javaによる応用数値計算

# Javaによる数値計算に関する書籍(日本語)(2/2)

2005年		線形代数とJavaプログラミング
		Javaで初等数学のグラフを描く本
		Javaで学ぶ数値解析
		JavaとExcelで学ぶシミュレーションの基礎
2006年		Javaで学ぶシミュレーションの基礎
2007年		Javaで学ぶ遺伝的アルゴリズム
		CIP法とJavaによるCGシミュレーション

# Javaによる数値計算に関する書籍(日本語)


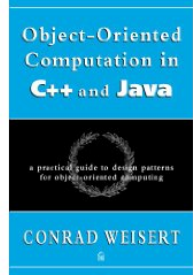
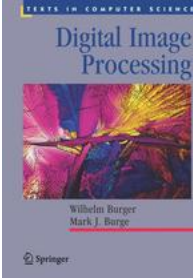
- staticメソッドによる実装
- ベクトルと行列を配列で表現
- 機能不足、拡張性が低い
- 計算と可視化のコードが混在



# Javaによる数値計算に関する書籍(英語)(1/2)

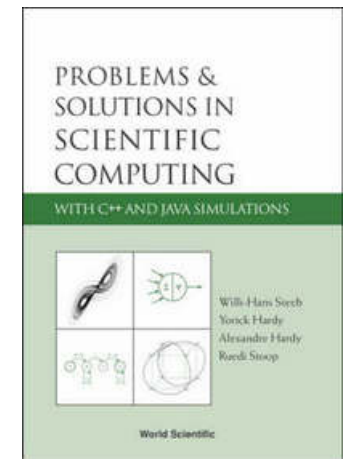
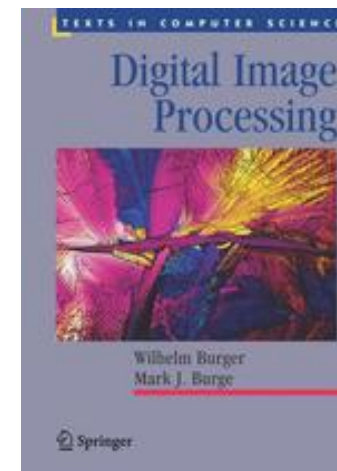
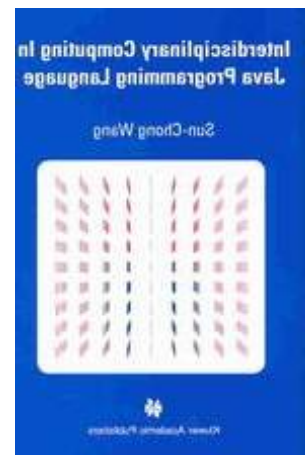
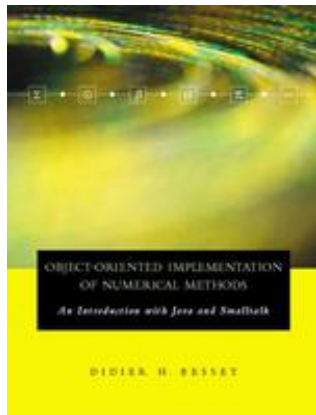
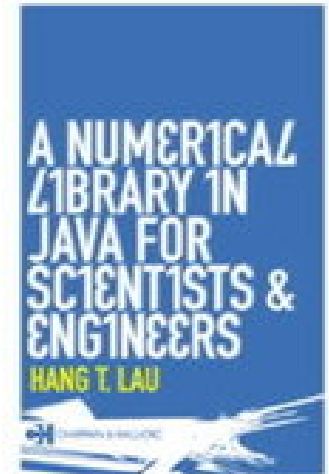
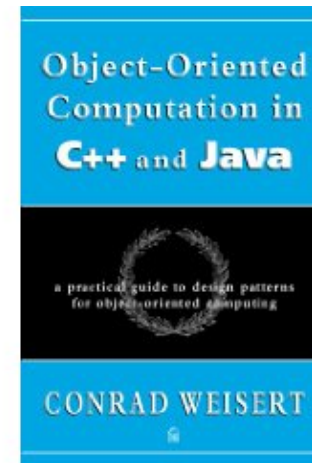
2000年		Object-Oriented Implementation of Numerical Methods An Introduction with Java & Smalltalk
2002年		The Java Programmer's Guide to Numerical Computing
2003年		Interdisciplinary Computing in Java Programming Language
		A Numerical Library in Java for Scientists and Engineers

# Javaによる数値計算に関する書籍(英語)(2/2)

2004年	 <p>PROBLEMS &amp; SOLUTIONS IN SCIENTIFIC COMPUTING WITH C++ AND JAVA SIMULATIONS World Scientific</p>	Problems & Solutions In Scientific Computing With C++ And Java Simulations
2007年	 <p>Object-Oriented Computation in C++ and Java a practical guide to design patterns for object-oriented computing CONRAD WEISERT</p>	Object-Oriented Computation in C++ And Java
	 <p>TEXTS IN COMPUTER SCIENCE Digital Image Processing Wilhelm Burger Mark J. Burge Springer</p>	Digital Image Processing (An Algorithmic Introduction Using Java)

# Javaによる数値計算に関する書籍(英語)

- staticメソッドによる実装
- ベクトルと行列を配列で表現
- 機能不足、拡張性が低い
- 単精度floatのみ



# Javaによる数値計算ライブラリ

- 開発が終わった(停止?)ライブラリ
  - Java Numerical Toolkit (~1998.5.6)
  - JavaNumerics (1998~2003)
  - JAMA (A JAvA MAtRix Package) (1998~2005.7.13)
  - JUMP (Java Ultimate Math Package) (~2002.6.7)
  - JAMPACK (A JAvA Matrix PACKAge) (~2005.7.13)
  - JScience (~2007.10.4)
- 開発継続中のライブラリ
  - 数学的構造: JSci、JAS
  - 他言語から変換: netlib-java
  - 商用: JSML
  - 基本数学: Apache Commons Math
  - オブジェクト指向: NFC



# Java Numerical Toolkit

---

- <http://math.nist.gov/jnt/>
- NIST(米国標準技術局)
- ~1998.5.6
- 特殊関数、非線形方程式
- 線形代数
  - 疎行列
  - 簡単な演算
  - LU分解、QR分解

# JAMA (A JAvA MAtrix Package)

---

- <http://math.nist.gov/javanumerics/jama/>
- 1998.8.5～2005.7.13
- MathWorks社とNIST(米国標準技術局)
- 線形代数用ライブラリ
  - Matrixクラス(実行列のみ、倍精度、四則演算)
  - Cholesky分解(対称正定)
  - LU分解(長方形)、QR分解(長方形)
  - 固有値(対称、非対称)
  - 特異値(長方形行列)

# JUMP (Java Ultimate Math Package)

---

- <http://jump-math.sourceforge.net/>
- Ernst de Haan
- ~2002.6.7
- 任意精度整数、任意精度実数、有理数

# JAMPACK (A JAvA Matrix PACKage)

- <ftp://math.nist.gov/pub/JamPack/JamPack/AboutJamPack.html>
- ~2005.7.13
- NIST(米国標準技術局) とMaryland大学
- 線形代数用ライブラリ
  - 複素数行列のみ
  - ピボット付きLU分解、Cholesky分解、QR分解
  - 固有値(対称、一般)、特異値
  - Hessenberg形式、Schur分解

# JScience

---

- <http://jscience.org/>
- ~2007.10.4
- JSR-275(javax.measure)のリファレンス実装
- 数学的構造(群、環、体、ベクトル空間)
- 複素数、有理数、多項式、有理多項式
- 任意精度整数、任意精度実数
- 複素行列、疎密行列、LU分解

- <http://jsci.sourceforge.net/>
- JSci e-group
- 数学的構造(群、環、体、ベクトル空間)
- 非線形方程式、統計、ウェーブレット、作図
- 行列
  - 密疎行列、実行列のみ
  - 四則演算、LU分解、Cholesky分解、QR分解
  - 固有値、特異値

# JAS (Java Algebra System)

---

- <http://krum.rz.uni-mannheim.de/jas/>
- 代数計算用ライブラリ
- タイプセーフ(ジェネリクス)、マルチスレッド対応
- 可換で可解な多項式クラス
- 四則演算、最大公約数、乱数

# netlib-java

---

- <http://code.google.com/p/netlib-java/>
- netlib(blas, eispack, lapackなど)をF2Jで変換
- 行列
  - 実数行列のみ、密疎行列、圧縮行列
  - LU分解、QR分解、Cholesky分解
  - 固有値、特異値



# Apache Commons Math

---

- <http://commons.apache.org/math/>
- 数学の基本的ライブラリ
- データ生成、複素数、統計、最適化、GA
- 非線形方程式、常微分方程式
- 線形代数
  - 実行列のみ、ブロック行列、疎行列
  - LU分解、QR分解、Cholesky分解(対称のみ)
  - 固有値(対称のみ)、特異値

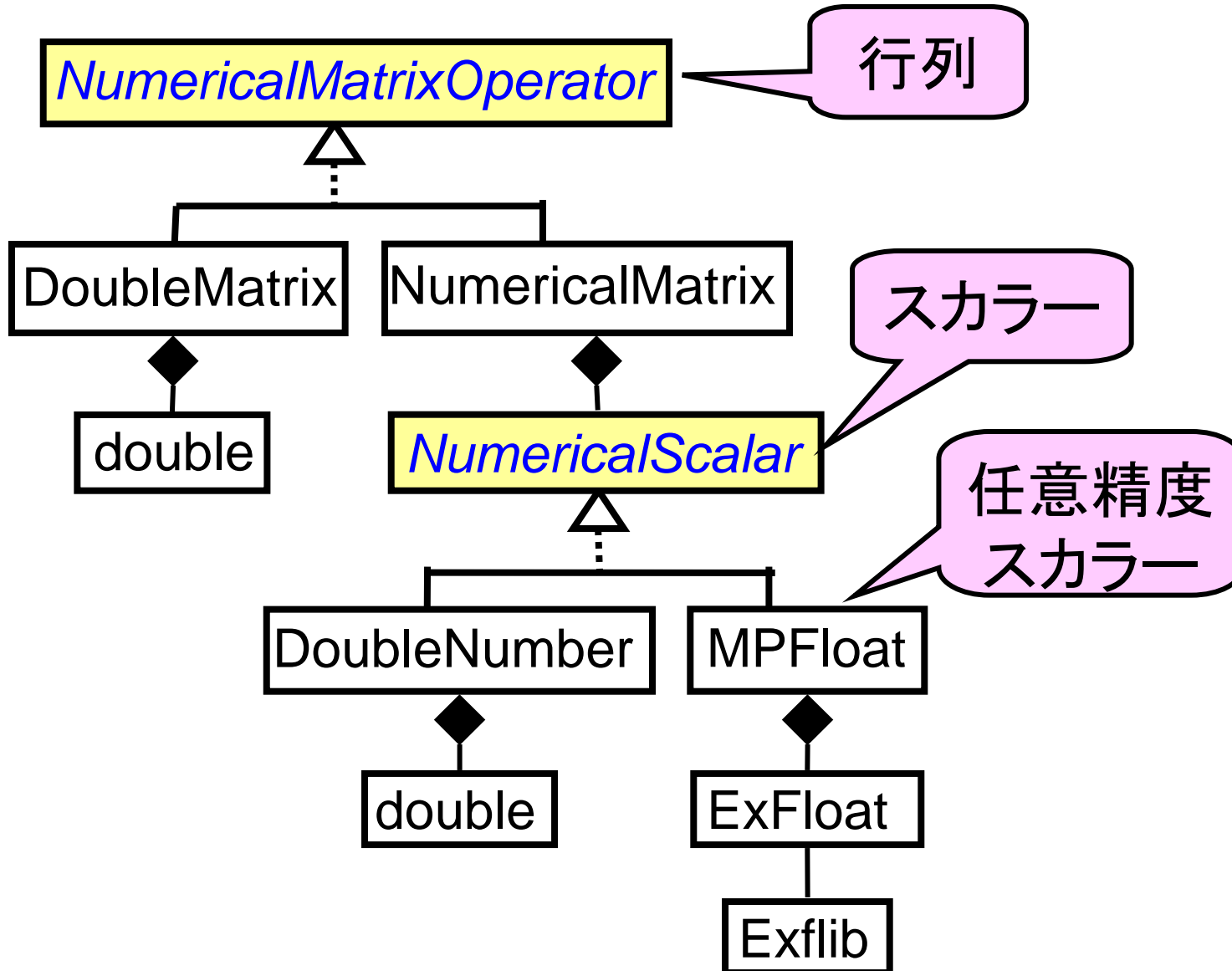
# JMSL

- <http://www.vni-j.com/products/imsjl/jmsjl/jmsjl.html>
- Visual Numerics社の製品
- 数値計算ライブラリIMSLのJava版
- 多くの機能はstaticメソッド実装
- 常微分方程式、FFT、補間、非線形方程式
- 線形計画法、回帰分析、フィルタ
- 行列
  - ベクトルと行列データを配列で表現
  - 疎行列、複素行列、倍精度
  - 四則演算、LU分解、QR分解、Cholesky分解
  - 固有値、特異値

# NFC(Numerical Foundation Classes)

- <http://jamox.mklab.org/>
- 九州工業大学 古賀研究室
- オブジェクト指向設計
- 日本語Javadoc(<http://jamox.mklab.org/doc/javadoc/>)
- 線形方程式、非線形方程式
- 常微分方程式、FFT、信号処理、制御系設計
- 汎用数値型、複素数、多項式、有理多項式
- 行列
  - 汎用数値型を成分とする行列
  - 四則演算、LU分解、QR分解、Chelesky分解
  - 固有値、一般化固有値、特異値

# NFCの汎用数値クラス



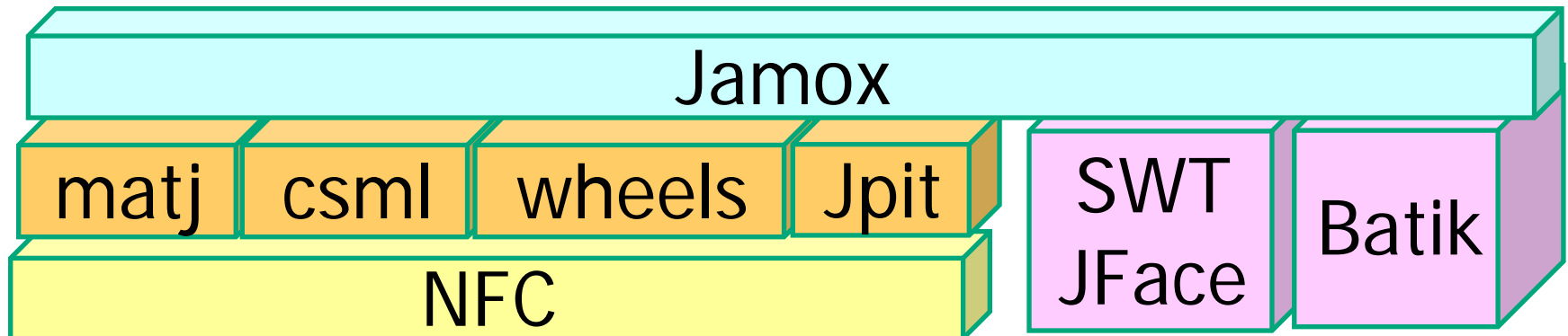
# 目次

- はじめに
- Javaは遅い？速い？
  - JavaとCのベンチマーク
  - JITとAOTとLLVM
- Javaによる数値計算に関する情報
  - 書籍(日本語、英語)
  - ライブラリ
- Javaによる数値計算の応用
  - 数値シミュレーション
  - 高品質数値計算
- まとめ

# Jamox (<http://jamox.mkclab.org/>)

## 『制御系モデリング・シミュレーションツール』

- モデリング
  - モデル作成GUI (SWT、JFace、Batik)
  - データのXML保存、読込 (JAXB)
  - システム解析・設計 (Scripting API)
- シミュレーション
  - 時間応答 (ステップ応答等)
  - 周波数応答 (ボード線図等)



# Jamoxの利用画面

ドラッグ & ドロップ

ユーザ定義ブロック

変数  
テーブル

変数の登録  
情報の表示

変数名	値
Mat D	[[ 2.0000000...
Mat A	[[ 1.0000000...
Real c	7.0
Real b	2
Mat E	[[ 3.0000000...

```
7.0  
>D = A#2  
=== ( 1 x 2) Matrix ===  
      ( 1)  
      ( 2)  
( 1 2.00000000E+00 2.00000000E+00  
E = * [[2] [1]]  
=== ( 1 x 1) Matrix ===  
( 1) 3.00000000E+00
```





# matj (<http://matj.mklab.org/>)

## 『数値計算言語MaTXの処理系』 (<http://www.matx.org/>)



- **JavaCC**による構文定義
- MaTXコードからJavaコード生成
- MaTXコードからCコード生成
- 数値計算エンジン(インタプリタ)  
**Scripting API(JSR223)**に対応

# 数値計算言語

- Matlab, Mathematica, Scilab, MaTX
- 行列を言語レベルで扱う事ができる

$E = AB + CD$  (数学的表現)

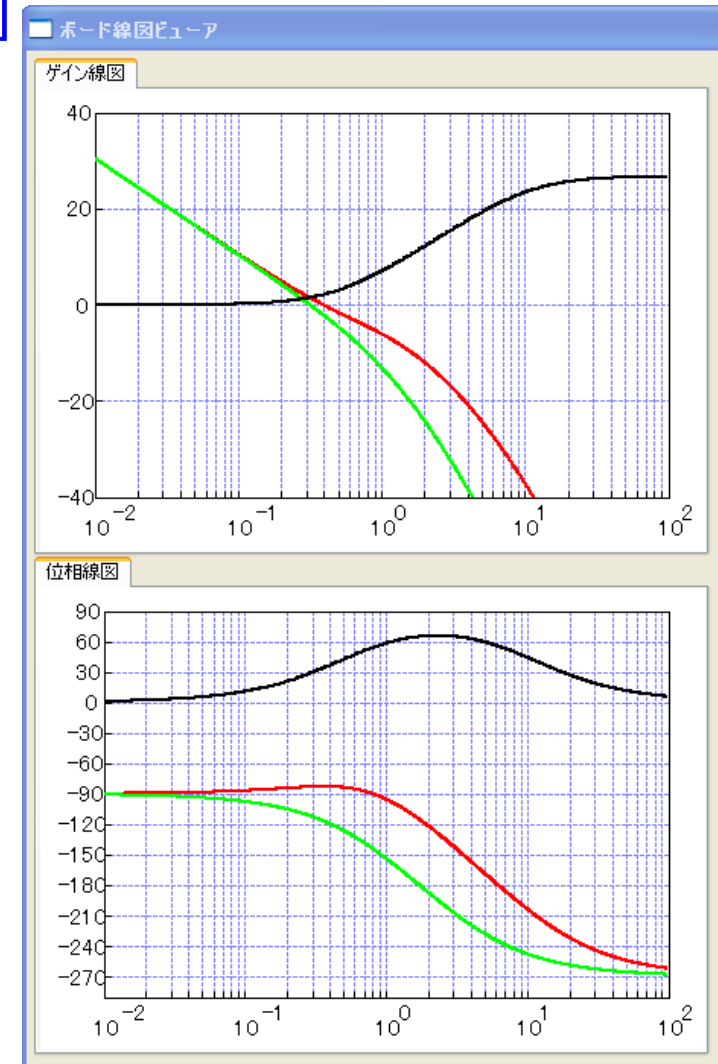
$E = A * B + C * D;$  (数値計算言語)

$E = A.multiply(B).add(C.multiply(D));$  (Java言語)

可読性、保守性が高い

## 『対話型グラフ描画パッケージ』

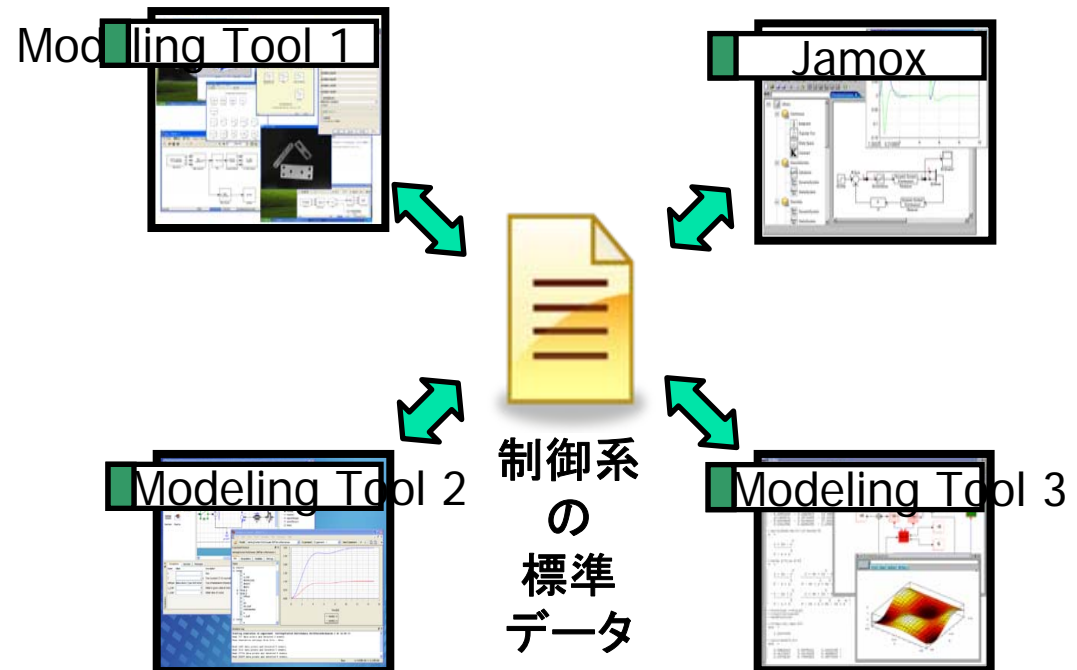
- SWT, JFaceを利用
- 時間応答グラフ
- 周波数応答グラフ
- グラフとパラメータが連動
- Jamoxと連携



# CSML (<http://csml.mklab.org/>)

## 『制御系モデリング言語パッケージ』

- XML Schemaでデータ構造定義(妥当性検証、拡張性)
- JAXBを用いてアクセスコード生成
- データの相互変換

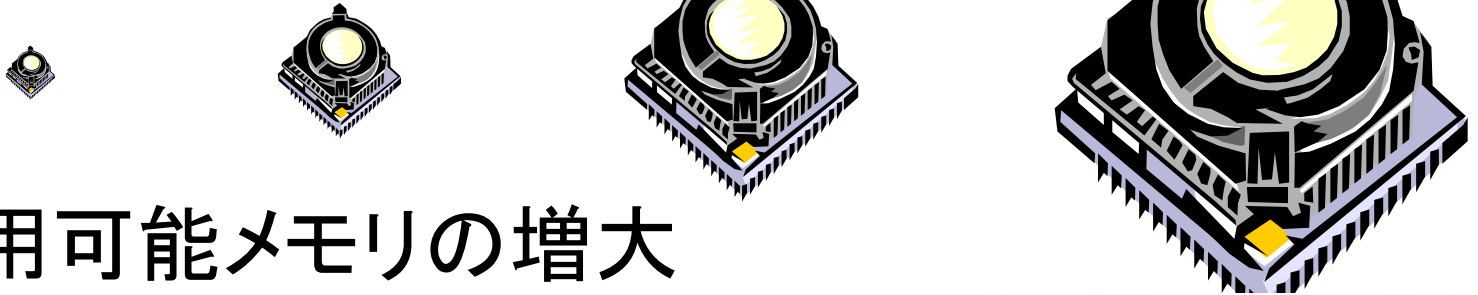


# 目次

- はじめに
- Javaは遅い？速い？
  - JavaとCのベンチマーク
  - JITとAOTとLLVM
- Javaによる数値計算に関する情報
  - 書籍(日本語、英語)
  - ライブラリ
- Javaによる数値計算の応用
  - 数値シミュレーション
  - 高品質数値計算
- まとめ

# 次世代の高品質数値計算

- CPUの高速化



- 利用可能メモリの増大

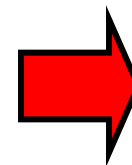


## 次世代の数値計算

高精度

+

品質保証



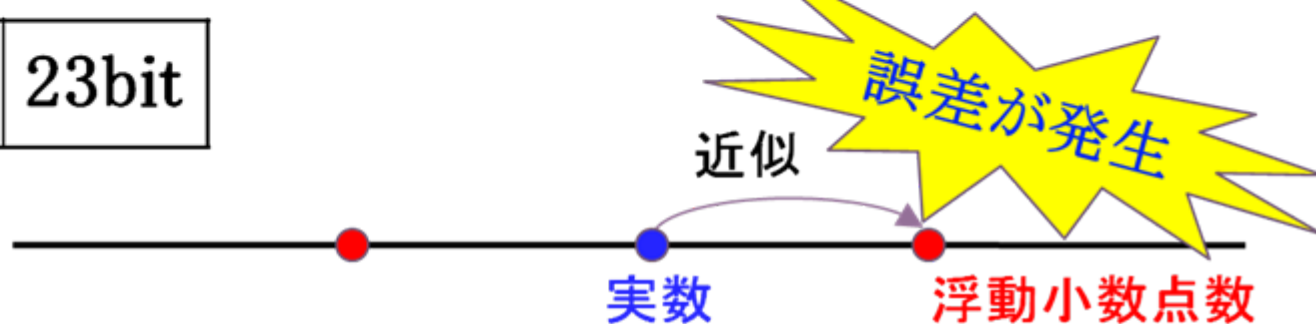
高品質  
数値計算

# 浮動小数点数の丸め誤差

符号	指数部	仮数部
----	-----	-----

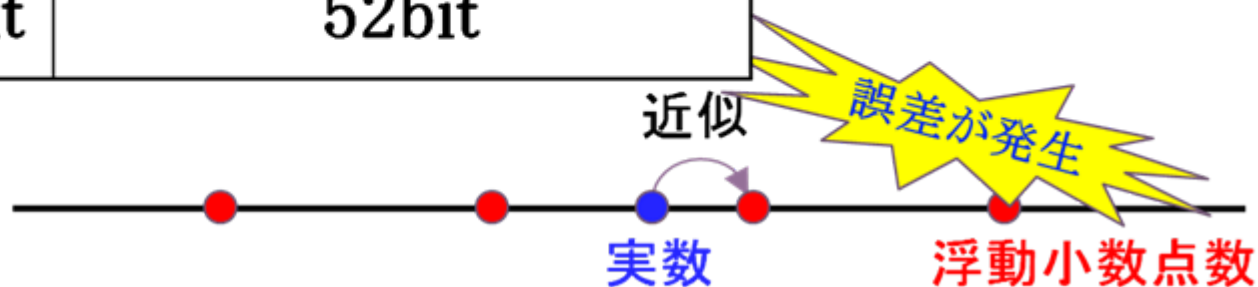
## ◆ 単精度浮動小数点型(10進約7桁) float型

1bit	8bit	23bit
------	------	-------

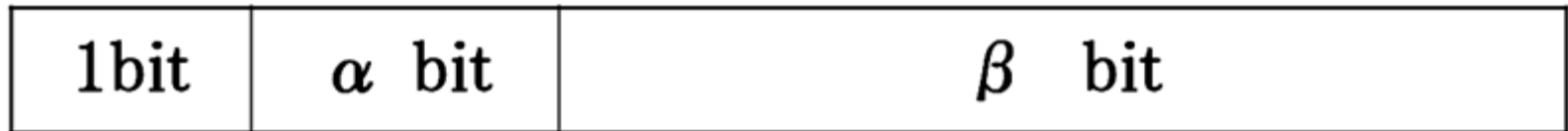


## ◆ 倍精度浮動小数点型(10進約16桁) double型

1bit	11bit	52bit
------	-------	-------

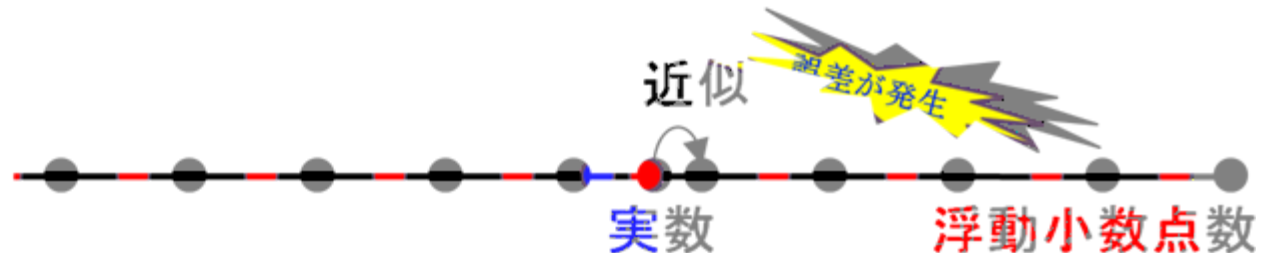


# 多倍長精度浮動小数点数 (任意桁)



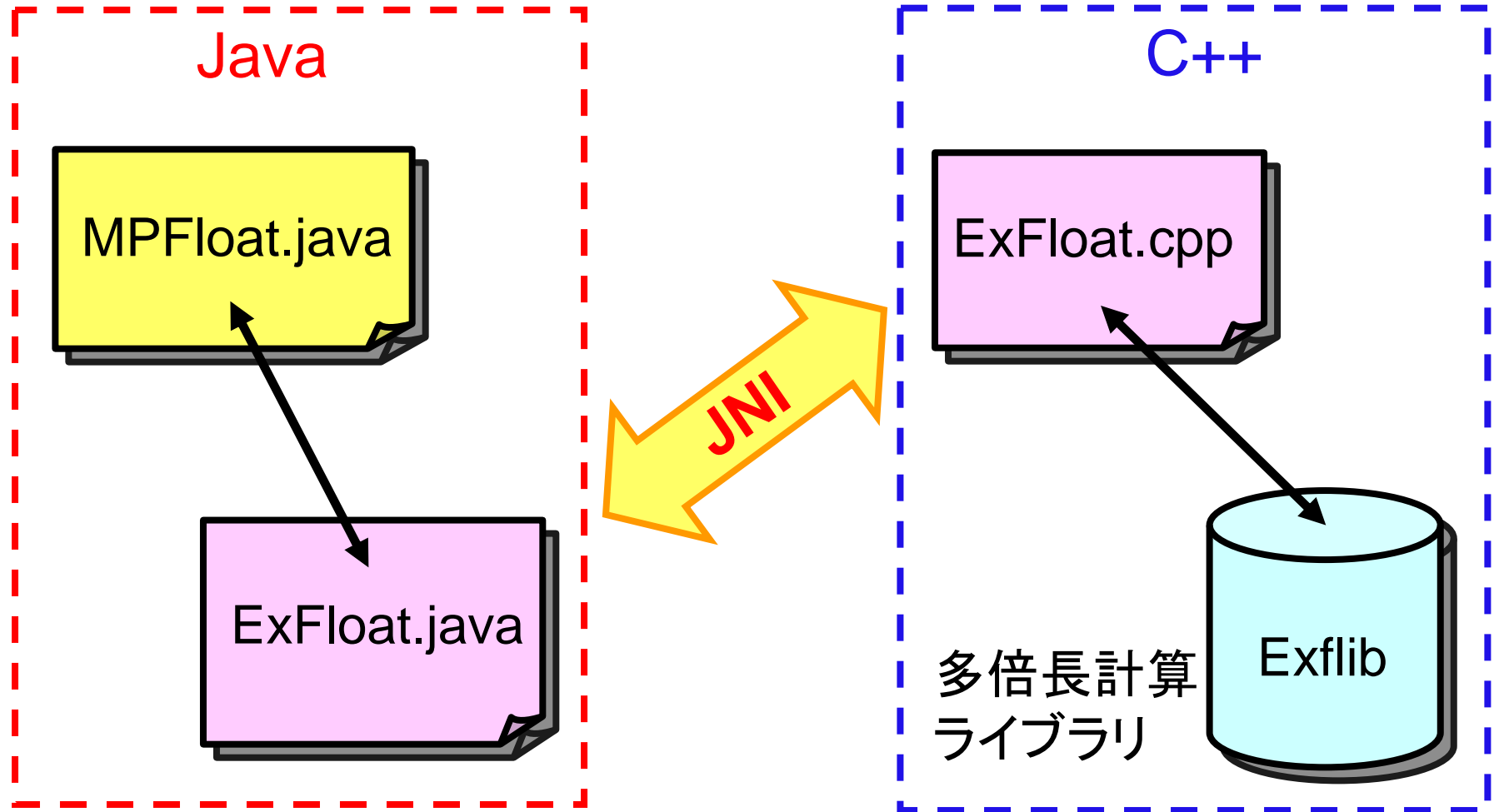
## ◆ 指数部と仮数部が任意ビット長

- ◆ 仮数部を大きくすることで、誤差の影響を低減



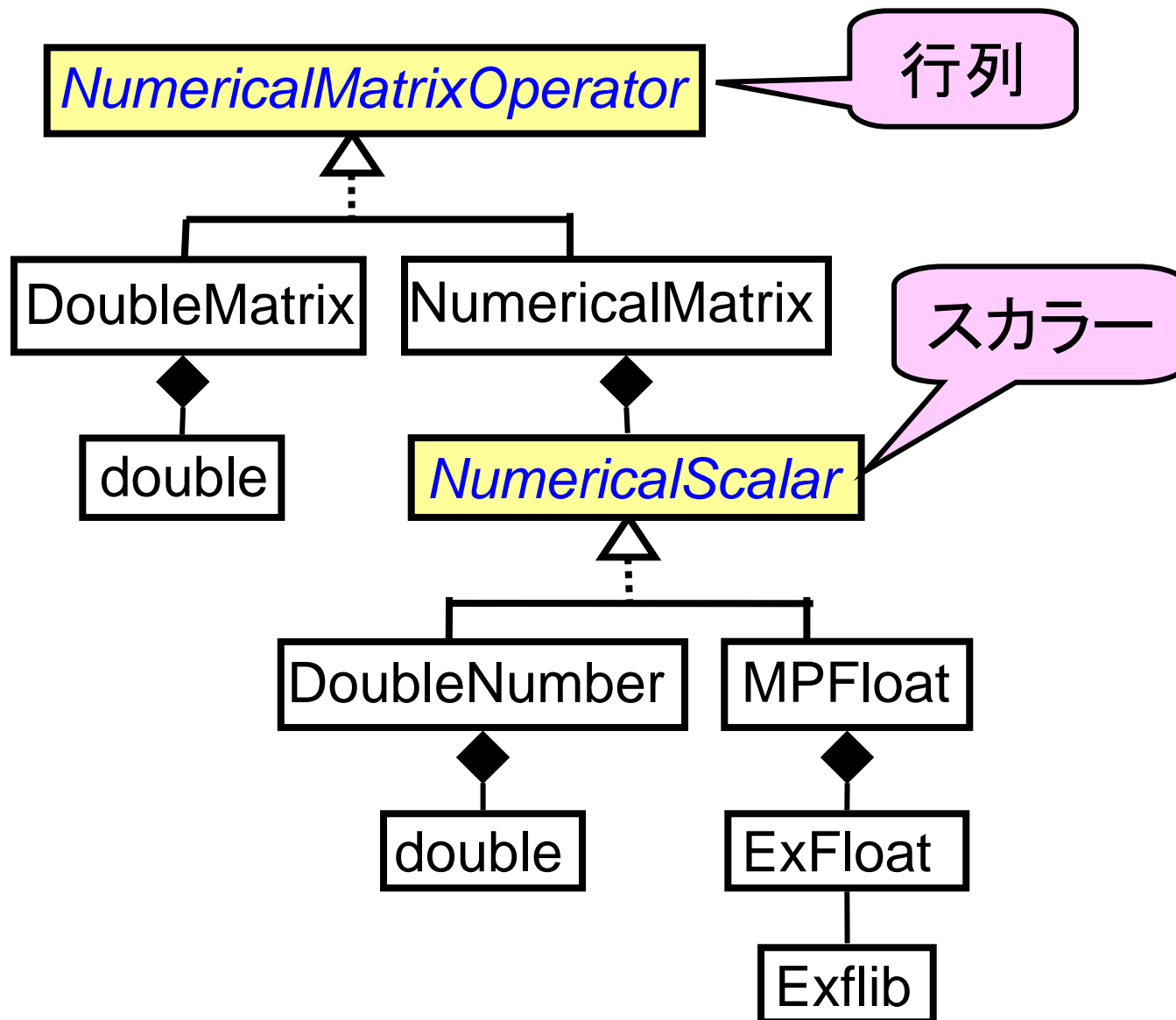


# MPFloatパッケージ



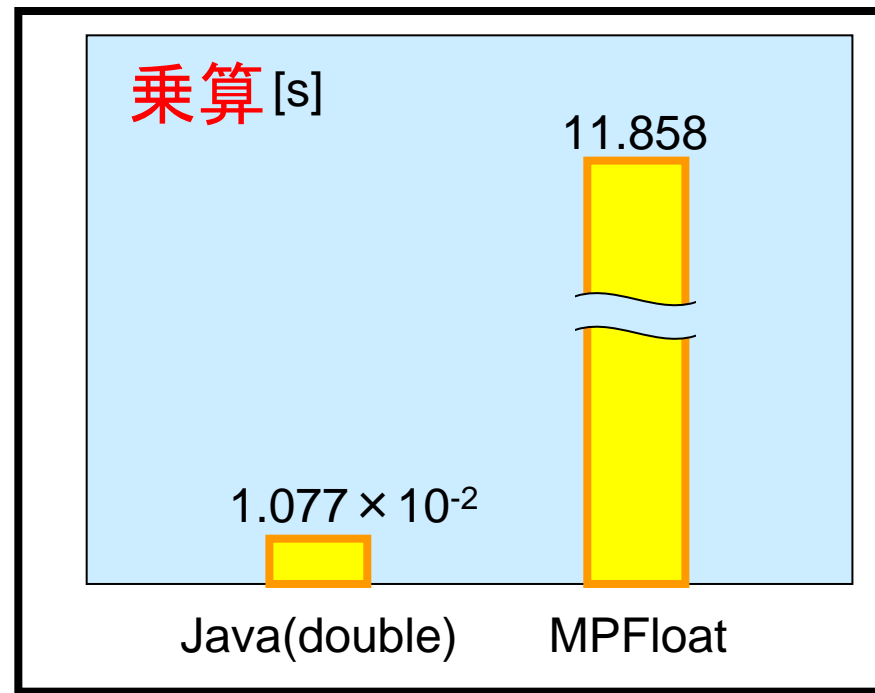
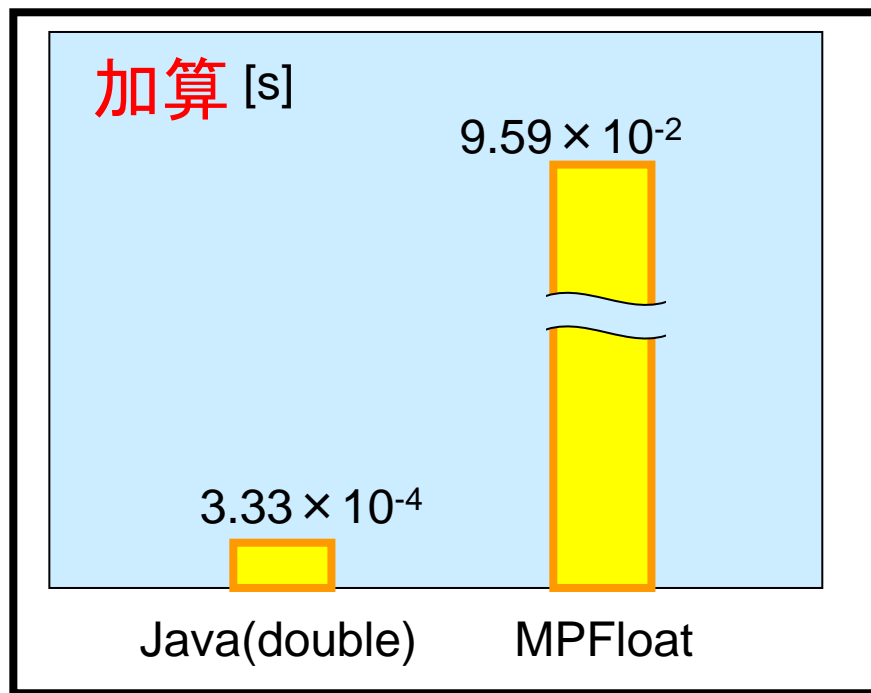
Exflib: 藤原宏志(京都大学)

# NFCの汎用数値クラス



# 速度性能評価

- 100 × 100の行列の加算と乗算  
倍精度(10進16桁)と多倍長(10進115桁)
- Window XP, Athlon 64 (1.8GHz)
- 数百倍の速度差(JNIのオーバーヘッド)



# 精度性能評価(1)

## ■ 状態フィードバックによる極配置問題

System:

$$A = \begin{bmatrix} 1 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \times 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \times 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \times 10^5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

指定極:  $P = -1, -5, -10, -15, -20, -25$

# 指定極と(A-BF)固有値の差

## ■ 倍精度 (商用ツール)

=== Error of poles ( 6 x 1) ===  
( 1)

0.0038秒

( 1) (-5.743007289519024e+2, 0.0000000000000000e+0)  
( 2) ( 2.861960362183150e+2, 4.95792925226331e+2)  
( 3) ( 2.861960362183150e+2, -4.95792925226331e+2)  
( 4) ( 3.986909989200000e-3, 0.0000000000000000e+0)  
( 5) (-3.393522412700000e-3, 0.0000000000000000e+0)  
( 6) ( 2.083002602000000e-4, 0.0000000000000000e+0)

## ■ 多倍長 (10進115桁)

=== Error of poles ( 6 x 1) ===  
( 1)

0.4008秒

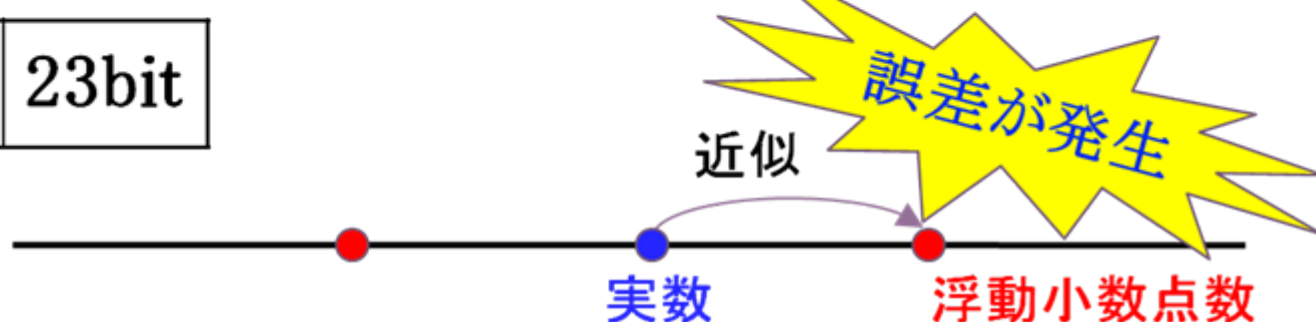
( 1) ( 1.0480643517590362e-85, 0.0000000000000000e+0)  
( 2) (-5.2004154564111335e-83, 0.0000000000000000e+0)  
( 3) ( 8.2230357211239218e-82, 0.0000000000000000e+0)  
( 4) (-3.1250414993070453e-81, 0.0000000000000000e+0)  
( 5) ( 4.3707437346488162e-81, 0.0000000000000000e+0)  
( 6) (-2.0534137254471678e-81, 0.0000000000000000e+0)

# 浮動小数点数の丸め誤差

符号	指数部	仮数部
----	-----	-----

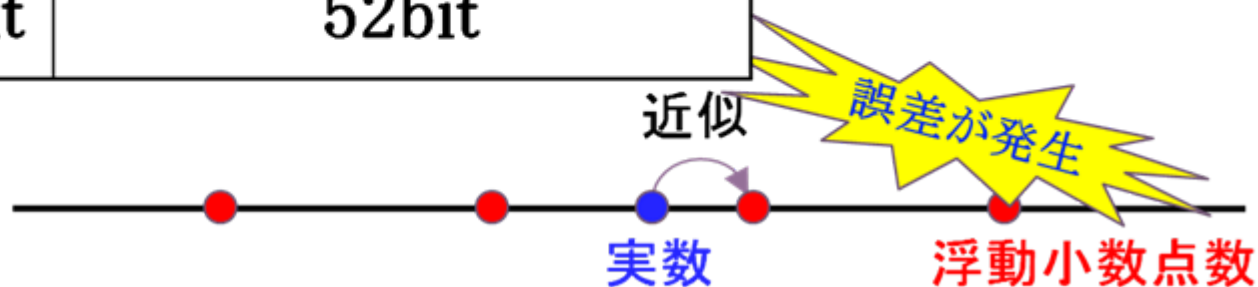
## ◆ 単精度浮動小数点型(10進約7桁) float型

1bit	8bit	23bit
------	------	-------



## ◆ 倍精度浮動小数点型(10進約16桁) double型

1bit	11bit	52bit
------	-------	-------



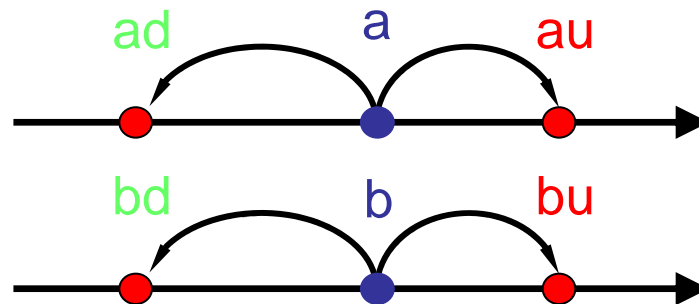
# $c = a + b$ の精度保証付き数値計算

## 区間演算

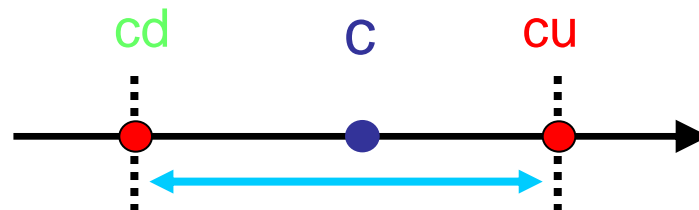
上向きの丸め:  $au = \Delta a$ ,  $bu = \Delta b$

下向きの丸め:  $ad = \nabla a$ ,  $bd = \nabla b$

上限と下限 :  $cu = \Delta(au + bu)$ ,  $cd = \nabla(ad + bd)$



$$\Downarrow$$
$$cd \leq c \leq cu$$



真の解が含まれる(浮動小数点数を境界とする)集合

# 精度保証付き数値計算

## 計算結果の品質保証を行う

真の解は存在する？  
近似解の精度は？



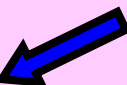
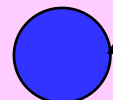
真の解と近似解を  
含む集合を求める

計算結果は集合

真の解と近似解を含む集合



真の解



近似解



# JCGA (Java Computing Guaranteed Accuracy)

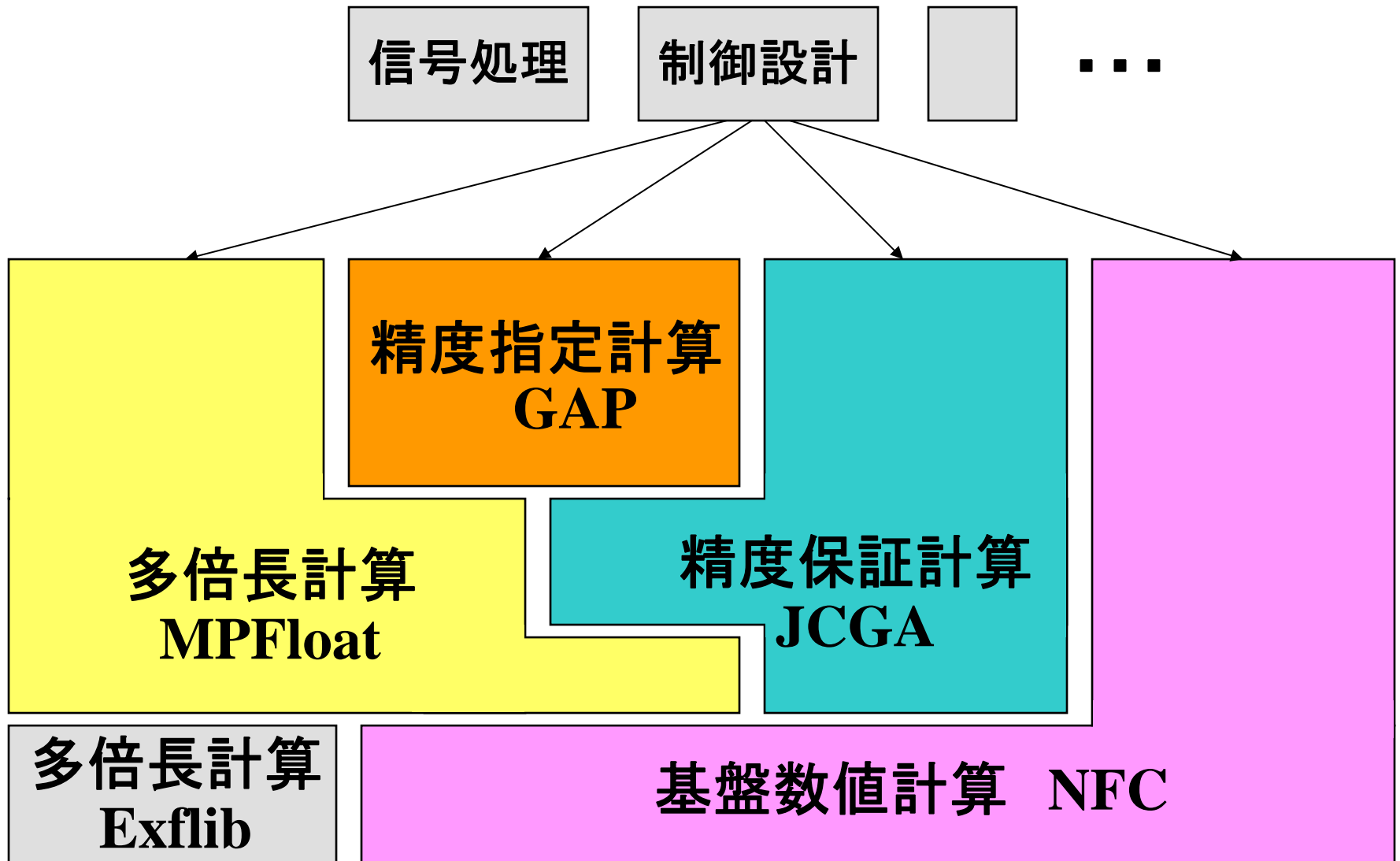
## 主要クラス

- Interval・IntervalMatrixクラス  
区間演算、区間行列演算
- LinearVerifierクラス  
線形方程式求解の精度保証
- EigenVerifierクラス  
固有値問題の精度保証
- HornerVerifierクラス  
多項式評価の精度保証
- IntervalDerivativeクラス  
微分値の精度保証
- NonLinearVerifierクラス  
非線形方程式求解の精度保証

## 参考文献

- { 大石進一、2001、「精度保証付き数値計算」、コロナ社
- { G. I. Hargreaves、2002、Interval Analysis in MATLAB
- { G. I. Hargreaves、2002、Interval Analysis in MATLAB
- { **山本の定理**：  
大石進一、2003、「応用解析セミナー 数値計算」、裳華房
- { **Rumpの方法**：Siegfried M. Rump、2000  
Computational error bounds for multiple eigenvalues
- { **山本の定理の応用**：  
大石進一、2003、「応用解析セミナー 数値計算」、裳華房
- { **自動微分法**：  
大石進一、2000、「Linux数値計算ツール」、コロナ社
- { **クラフチック法**：  
大石進一、2001、「精度保証付き数値計算」、コロナ社

# 数値計算環境の構成



# まとめ

---

- CとJavaの速さは同程度
- AOTやLLVMは有望である
- 書籍中のコードは機能不足、拡張性が低い
- 実用的なライブラリが利用可能
- 数値シミュレーションツールが利用可能
- 計算機資源を活用した高品質数値計算