旧数学Ⅰ・旧数学A　（注）この科目には，選択問題があります。(61ページ参照。)

第1問　（必答問題）（配点　30）

〔1〕　a，b を実数とする。x についての方程式

$$(2a+4b-2)x^2+(5a+11)x-b-8=0 \quad \cdots\cdots ①$$

を考える。

(1)　$a=1$ とする。

b に着目すると，① の左辺は

$$(4x^2-1)b+16x-8 \quad \cdots\cdots ②$$

と表せる。よって，② を因数分解すると

$$(2x-1)\left(\boxed{\text{ア}}\,bx+b+\boxed{\text{イ}}\right)$$

となる。したがって，$x=\dfrac{1}{2}$ は ① の解の一つであることがわかる。

(旧数学Ⅰ・旧数学A第1問は次ページに続く。)

(2) $b=2$ とする。

(i) ① の左辺を因数分解すると

$$\left(\boxed{\text{ウ}}\,x+\boxed{\text{エ}}\right)\left\{\left(a+\boxed{\text{オ}}\right)x-\boxed{\text{カ}}\right\}$$

となる。

(ii) $a=2\sqrt{2}$ のとき，① の解は

$$x=-\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{ウ}}},\quad \boxed{\text{キ}}-\boxed{\text{ク}}\sqrt{2}$$

となる。

(iii) $a=-\boxed{\text{オ}}$ であることは，① の解が $x=-\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ だけであるための $\boxed{\text{ケ}}$。

$\boxed{\text{ケ}}$ の解答群

⓪ 必要条件であるが，十分条件ではない
① 十分条件であるが，必要条件ではない
② 必要十分条件である
③ 必要条件でも十分条件でもない

(旧数学Ⅰ・旧数学A第1問は次ページに続く。)

〔2〕 図1のように，直線ℓ上の点Aにおいてℓに接する半径2の円を円Oとし，ℓ上の点Bにおいてℓに接する半径4の円を円O′とする。円OとO′は2点で交わるとし，その交点をP，Qとする。ただし，$\angle \mathrm{APB} < \angle \mathrm{AQB}$とする。さらに，$\angle \mathrm{PAB}$は鋭角であるとする。このとき，$\triangle \mathrm{PAB}$と$\triangle \mathrm{QAB}$について考えよう。

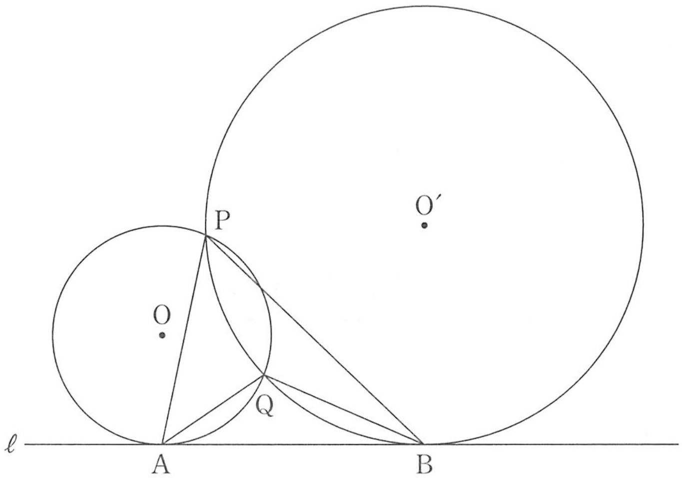


図 1

(1) $\angle \mathrm{PAB} = \alpha$，$\angle \mathrm{PBA} = \beta$とおく。

円Oの中心Oから直線PAに引いた垂線と直線PAとの交点をHとする。$\angle \mathrm{OAB} = 90^\circ$であるから，$\angle \mathrm{AOH} = \alpha$である。よって，$\triangle \mathrm{OAH}$に着目すると，$\mathrm{AH} = \boxed{\text{コ}}\sin\alpha$であるから

$$\mathrm{PA} = 2\,\mathrm{AH} = \boxed{\text{サ}}\sin\alpha \quad \cdots\cdots\cdots ①$$

である。

(旧数学Ⅰ・旧数学A第1問は次ページに続く。)

同様にして，円 O′ の中心 O′ から直線 PB に引いた垂線と直線 PB との交点を H′ とすると

$$\mathrm{PB} = 2\,\mathrm{BH'} = \boxed{\text{シ}}\sin\beta \qquad \cdots\cdots\cdots ②$$

であることもわかる。

また，△PAB の外接円の半径を R_1 とおくと，正弦定理により

$$\frac{\mathrm{PA}}{\sin\boxed{\text{ス}}} = \frac{\mathrm{PB}}{\sin\boxed{\text{セ}}} = 2R_1$$

が成り立つので

$$\mathrm{PA}\sin\boxed{\text{セ}} = \mathrm{PB}\sin\boxed{\text{ス}}$$

である。この式に，① と ② を代入することにより

$$\sin\boxed{\text{セ}} = \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}\sin\boxed{\text{ス}}$$

$$\mathrm{PB} = \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}\,\mathrm{PA}$$

となることがわかる。さらに

$$R_1 = \boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}$$

が得られる。

$\boxed{\text{ス}}$，$\boxed{\text{セ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ α	① β

(旧数学Ⅰ・旧数学A第1問は次ページに続く。)

(2) 太郎さんと花子さんは，(1)の考察を振り返っている。

太郎：△QAB の外接円の半径も求められるかな。

花子：(1)の R_1 の求め方を参考にすればよさそうだね。

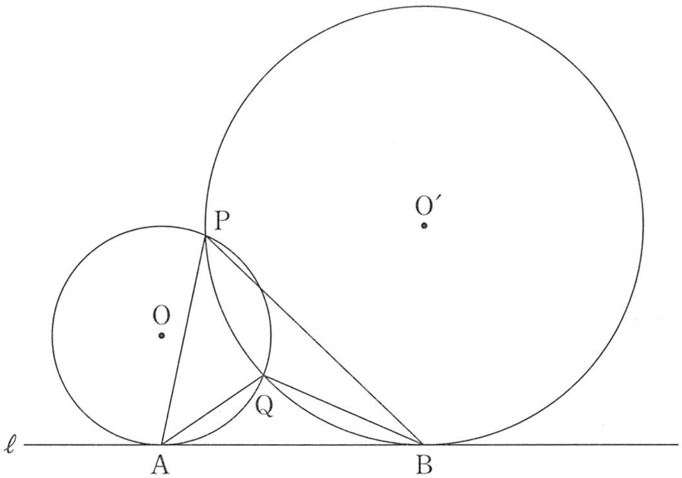


図 1 (再掲)

△PAB，△QAB の外接円の半径をそれぞれ R_1，R_2 とおく。このとき，R_1 $\boxed{\text{ツ}}$ R_2 である。さらに，sin ∠APB $\boxed{\text{テ}}$ sin ∠AQB であることもわかる。

$\boxed{\text{ツ}}$，$\boxed{\text{テ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ $<$	① $=$	② $>$

(旧数学Ⅰ・旧数学A第1問は次ページに続く。)

(3)　太郎さんと花子さんは，これまでの考察をもとに，△PAB と △QAB の辺の長さについて考えている。

太郎：AB の長さが与えられれば，PA と QA の長さが求められそうだね。
花子：∠APB ＜ ∠AQB に注意して求めてみようよ。

$AB = 2\sqrt{7}$ とする。このとき

$$\sin \angle APB = \frac{\sqrt{\boxed{\text{トナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

である。(1) より，$PB = \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}\,PA$ であるから

$$PA = \sqrt{\boxed{\text{ヌネ}}}$$

である。

同様に，$QA = \sqrt{7}$ であることがわかる。

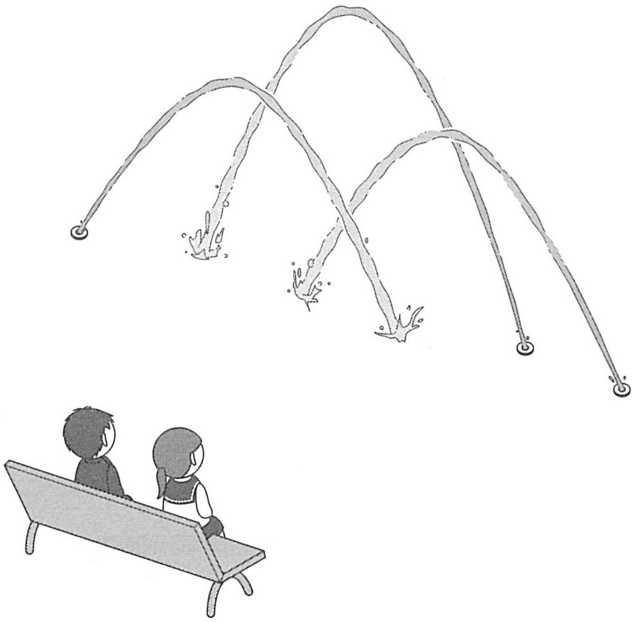
第2問 （必答問題）（配点　30）

〔1〕 花子さんと太郎さんは，公園にある二つの小さな噴水と一つの大きな噴水の高さについて話している。

花子：あの中央の大きな噴水の高さは何メートルだろう。

太郎：実際に高さを測定するのは難しそうだね。噴水の水がえがく曲線は，放物線になると聞いたことがあるよ。

花子：じゃあ，放物線と仮定して，およその高さを考えてみよう。



参考図

（旧数学Ⅰ・旧数学A第2問は次ページに続く。）

旧数学Ⅰ・旧数学A

花子さんと太郎さんは，噴水の高さについて次のように考えることにした。

噴水の水がえがく曲線は三つとも放物線とする。三つの噴水の水が出る位置は水平な地面にある。図1のように座標軸が定められた平面上に，三つの噴水を正面から見た図をかく。左右の小さな噴水の水がえがく放物線については後の**仮定1**を，中央の大きな噴水の水がえがく放物線については後の**仮定2**を設定する。図1の P_1，P_2，P_3 は噴水の水が出る位置である。なお，長さの単位はメートルであるが，以下では省略する。

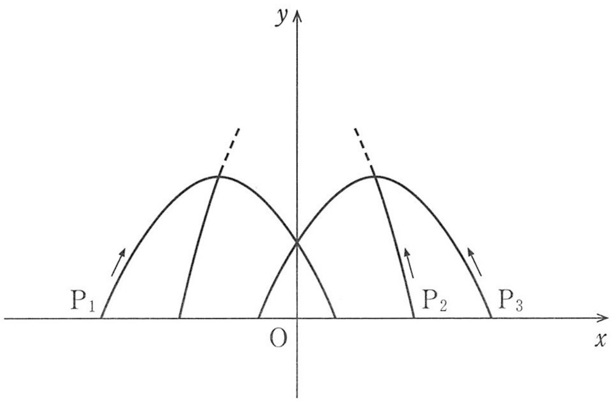


図　1

(旧数学Ⅰ・旧数学A第2問は次ページに続く。)

仮定1

- 左側の小さな噴水の水がえがく放物線 C_1 は，x 軸上の点 $\mathrm{P}_1\left(-\frac{5}{2},\ 0\right)$ から出て点$\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$に至る。
- 右側の小さな噴水の水がえがく放物線 C_3 は，x 軸上の点 $\mathrm{P}_3\left(\frac{5}{2},\ 0\right)$から出て点$\left(-\frac{1}{2},\ 0\right)$に至る。
- C_1 と C_3 はともに点$(0,\ 1)$を通る。

仮定2

中央の大きな噴水の水がえがく放物線 C_2 は，x 軸上の点 $\mathrm{P}_2\left(\frac{3}{2},\ 0\right)$から出て C_3 の頂点と C_1 の頂点を通る。

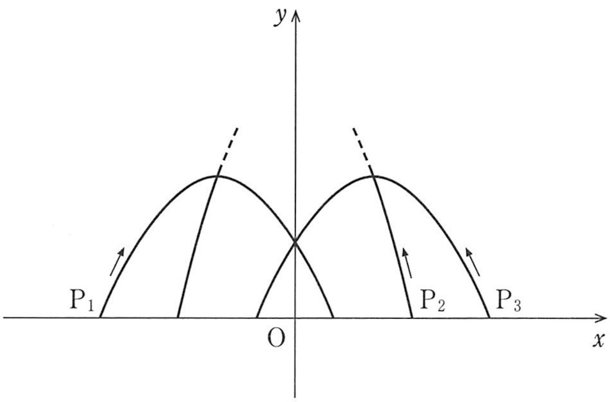


図1（再掲）

（旧数学Ⅰ・旧数学A第2問は次ページに続く。）

(1) **仮定1**と**仮定2**のもとで考える。C_1をグラフにもつ2次関数を$y = ax^2 + bx + c$とする。このとき$c = \boxed{\text{ア}}$であり，また

$$y = -\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}x^2 - \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}x + \boxed{\text{ア}}$$

である。

C_1の頂点のy座標は$\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$である。このことを用いると，$C_2$の頂点の$y$座標は$\dfrac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$であることがわかる。

したがって，大きな噴水の高さは，小さな噴水の高さの$\boxed{\text{シ}}$である。

$\boxed{\text{シ}}$については，最も適当なものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ およそ2倍	① およそ3倍
② およそ4倍	③ およそ5倍

(旧数学Ⅰ・旧数学Ａ第2問は次ページに続く。)

(2) 花子さんと太郎さんは，大きな噴水の高さについて話している。

花子：正面から見たとき，大きな噴水が小さな噴水の頂点を通って見えるというデザインは変えずに，大きな噴水の高さを変えることはできるのかな。
太郎：左右の二つの小さな噴水は変えずに，大きな噴水の水が出る位置を変えてみたらどうかな。
花子：大きな噴水の高さが 5 メートルになるときの水が出る位置を考えてみよう。

(旧数学Ⅰ・旧数学A第 2 問は次ページに続く。)

仮定 2 の代わりに次の**仮定 2′** をおく。

仮定 2′

- 中央の大きな噴水の水がえがく放物線 C_2' は，x 軸の正の部分の点 P_2' から出て C_3 の頂点と C_1 の頂点を通る。
- C_2' の頂点の y 座標は 5 である。

仮定 1 と**仮定 2′** のもとで考える。このとき，P_2' は P_2 より $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ だけ

$\boxed{\text{ソ}}$ の方にある。

$\boxed{\text{ソ}}$ の解答群

⓪ P_1	① P_3

（旧数学Ⅰ・旧数学A第 2 問は次ページに続く。）

〔2〕 太郎さんと花子さんは，社会生活基本調査の集計結果に，「睡眠」，「食事」，「通勤・通学」，「移動(通勤・通学を除く)」などの 20 種類の行動それぞれについての総平均時間と行動者平均時間が，47 都道府県別に集計されていることを知った。

用語の説明

- 総平均時間……ある行動に費やした時間の調査対象者全員についての平均値(分)
- 行動者平均時間……ある行動に費やした時間の調査対象者全員から，その行動に費やした時間が 0 分の人を除いた調査対象者についての平均値(分)

例えば，「通勤・通学」に費やした時間(分)が

$$75,\ 0,\ 90,\ 60,\ 0$$

であったとき，これらの平均値 $\dfrac{75+0+90+60+0}{5}=45$ が総平均時間であり，値が 0 である二つを除いた 75，90，60 の平均値 $\dfrac{75+90+60}{3}=75$ が行動者平均時間である。

ここでは，平日における 15 歳以上を対象とした集計結果を用いて，都道府県ごとに値を算出している。

なお，以下の図や表については，総務省の Web ページをもとに作成している。

(旧数学Ⅰ・旧数学A第2問は次ページに続く。)

(1) 太郎さんと花子さんは，「通勤・通学」に費やした時間について調べることにした。図1と図2はそれぞれ，令和3年の「通勤・通学」の総平均時間と行動者平均時間のデータをヒストグラムに表したものである。以下，ヒストグラムの各階級の区間は，左側の数値を含み，右側の数値を含まない。

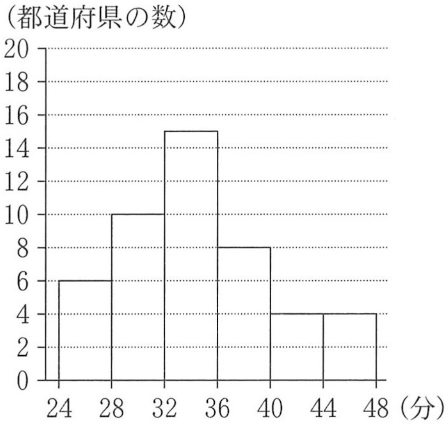


図1　令和3年の「通勤・通学」の総平均時間のヒストグラム

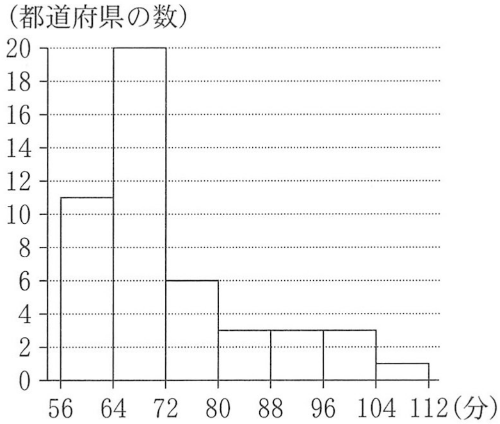


図2　令和3年の「通勤・通学」の行動者平均時間のヒストグラム

(i) 図1から，令和3年の「通勤・通学」の総平均時間の最頻値は $\boxed{\text{タチ}}$ であり，同様に図2から，行動者平均時間の最頻値は $\boxed{\text{ツテ}}$ である。

(ii) 図1のヒストグラムに関して，各階級に含まれるデータの値がすべてその階級値に等しいと仮定する。このとき，令和3年の「通勤・通学」の総平均時間の平均値を m とすると

$$\boxed{\text{トナ}} \leqq m < \boxed{\text{トナ}} + 1$$

である。

(旧数学Ⅰ・旧数学A第2問は次ページに続く。)

(iii) 次に，太郎さんと花子さんは，平成 28 年と令和 3 年の「通勤・通学」に費やした時間を比較することにした。

図 3 は，平成 28 年の総平均時間，令和 3 年の総平均時間，平成 28 年の行動者平均時間，令和 3 年の行動者平均時間の箱ひげ図を並べたものである。

ここで，あるデータにおける最大値から第 3 四分位数を引いた値を H とする。そして平成 28 年の総平均時間，令和 3 年の総平均時間，平成 28 年の行動者平均時間，令和 3 年の行動者平均時間における H を，それぞれ H_1，H_2，H_3，H_4 とする。

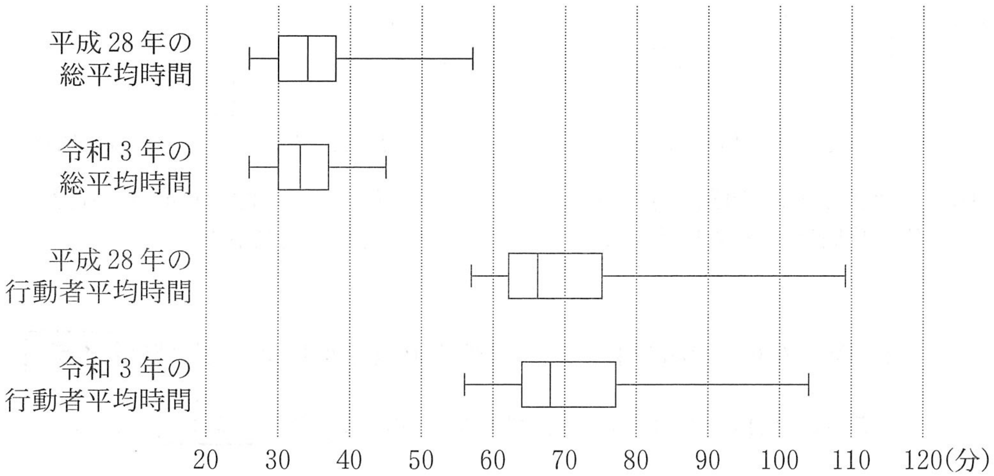


図 3　平成 28 年と令和 3 年の「通勤・通学」の総平均時間と行動者平均時間の箱ひげ図

(旧数学Ⅰ・旧数学A第 2 問は次ページに続く。)

次の(a)，(b)，(c)は，図3に関する記述である。

(a) 令和3年の総平均時間の最大値は，令和3年の行動者平均時間の最小値より小さい。

(b) 平成28年の総平均時間の四分位範囲は，平成28年の行動者平均時間の四分位範囲より小さい。

(c) 総平均時間と行動者平均時間それぞれの，平成28年と令和3年の H の変化を比較すると，$\dfrac{H_2}{H_1} > \dfrac{H_4}{H_3}$ となる。

(a)，(b)，(c)の正誤の組合せとして正しいものは $\boxed{\text{ニ}}$ である。

$\boxed{\text{ニ}}$ の解答群

	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(a)	正	正	正	正	誤	誤	誤	誤
(b)	正	正	誤	誤	正	正	誤	誤
(c)	正	誤	正	誤	正	誤	正	誤

(旧数学Ⅰ・旧数学A第2問は次ページに続く。)

(2) 太郎さんと花子さんは，令和3年における「通勤・通学」と「移動(通勤・通学を除く)」(以下，「移動」)に関し，それぞれの行動に費やした総平均時間と行動者平均時間の関係について話をしている。

太郎：通勤の途中で，ふだんの経路を大きくはずれて買い物に行ったり病院に行ったりする人もいるけど，こうした行動は「通勤・通学」ではなく，「移動」になるね。「通勤・通学」に費やした時間が長いほど，「移動」に費やした時間は長いのかな。

花子：じゃあ，それぞれに費やした時間の関係を調べてみようよ。

図4と図5は「通勤・通学」と「移動」の総平均時間と行動者平均時間の散布図であり，図中の黒丸は，二つの点が完全に重なっていることを表している。なお，三つ以上の点が完全に重なっていることはない。ただし，図4と図5において，同じアルファベットを付している点は，同じ都道府県であることを表している。

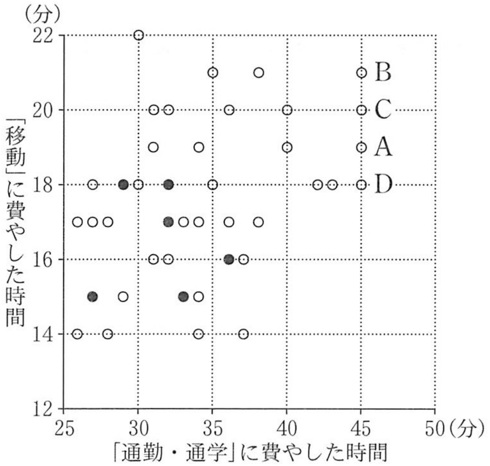


図4 「通勤・通学」と「移動」の総平均時間の散布図

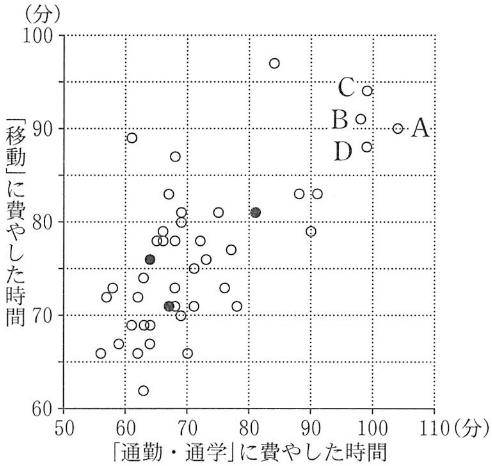


図5 「通勤・通学」と「移動」の行動者平均時間の散布図

(旧数学Ⅰ・旧数学A第2問は次ページに続く。)

(i)　図5から，「通勤・通学」の行動者平均時間が60以下で，かつ「移動」の行動者平均時間が75以下である都道府県の数は $\boxed{ヌ}$ である。

(ii)　図4における四つの点A，B，C，Dが表す都道府県では，「通勤・通学」の総平均時間が同じ値であるが，図5では「通勤・通学」の行動者平均時間について，点Aが表す都道府県の値は他の三つのどの都道府県の値よりも大きくなっていることがわかる。このようになるのは，$\boxed{ネ}$ からである。

$\boxed{ネ}$ については，最も適当なものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪　点Aが表す都道府県の「通勤・通学」に費やした時間が0である人数の割合が，他の三つのどの都道府県の割合よりも大きい

①　点Aが表す都道府県の「通勤・通学」に費やした時間が0である人数の割合が，他の三つのどの都道府県の割合よりも小さい

②　点Aが表す都道府県の「移動」に費やした時間が0である人数の割合が，他の三つのどの都道府県の割合よりも大きい

③　点Aが表す都道府県の「移動」に費やした時間が0である人数の割合が，他の三つのどの都道府県の割合よりも小さい

(旧数学Ⅰ・旧数学A第2問は次ページに続く。)

(iii) 太郎さんと花子さんは，総平均時間と行動者平均時間のそれぞれの相関関係について調べることにした。

「通勤・通学」と「移動」の総平均時間の相関係数は0.36であった。「通勤・通学」と「移動」の行動者平均時間の相関係数を計算するために，表1のように平均値，標準偏差および共分散を求めた。

表1　「通勤・通学」と「移動」の行動者平均時間の平均値，標準偏差，共分散

	平均値	標準偏差	共分散
「通勤・通学」の行動者平均時間	71.8	11.8	64.4
「移動」の行動者平均時間	76.6	7.9	

表1を用いると，「通勤・通学」と「移動」の行動者平均時間の相関係数は $\boxed{\text{ノ}}$ である。

$\boxed{\text{ノ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑦のうちから一つ選べ。

⓪ 0.01	① 0.21	② 0.43	③ 0.58
④ 0.69	⑤ 0.78	⑥ 1.02	⑦ 1.45

第3問 （選択問題）（配点　20）

じゃんけんは，複数人でグー，チョキ，パーの3種類の手のいずれかを同時に出して勝敗を決めるゲームである。グーを出した人はチョキを出した人に勝ちパーを出した人に負け，チョキを出した人はパーを出した人に勝ちグーを出した人に負け，パーを出した人はグーを出した人に勝ちチョキを出した人に負ける。出された手が2種類のときは勝敗が決まる。全員の手がすべて同じか，または3種類の手がすべて出ると，勝敗が決まらず，これをあいこという。

以下では，各人が，グーを出す確率，チョキを出す確率，パーを出す確率はどれも $\frac{1}{3}$ であるとする。

二人もしくは三人で次の**ルール1**に従ってじゃんけんを行う。

ルール1

- じゃんけんを，最大で3回行う。ただし，あいこも1回と数える。
- 勝者が一人になった時点でじゃんけんは終わり，その一人を優勝者と呼ぶ。
- ある回で負けていない人は，次の回のじゃんけんに参加する。
- ある回で負けた人は，次の回以降のじゃんけんには参加しない。

(1)　二人で**ルール1**に従ってじゃんけんを行う場合を考える。

(i)　1回目であいこになる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。したがって，1回目で優勝者が決まる確率は $1-\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(ii)　2回目で優勝者が決まる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(iii)　3回目で優勝者が決まる確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ である。

（旧数学Ⅰ・旧数学A第3問は次ページに続く。）

(2) 三人で**ルール1**に従ってじゃんけんを行う場合を考える。また，**人数の推移**を次のように表すものとする。

人数の推移

- 1回目で優勝者が決まる場合を，$3 \to 1$と表す。
- 2回目のじゃんけんを行う人数がm人で，かつ2回目で優勝者が決まる場合を，$3 \to m \to 1$と表す。
- 2回目，3回目において，じゃんけんを行う人数がそれぞれm人，n人で，かつ3回目で優勝者が決まる場合を，$3 \to m \to n \to 1$と表す。

(i) 1回目で優勝者が決まる，つまり**人数の推移**が$3 \to 1$となる確率は$\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$である。

(ii) 2回目で優勝者が決まる場合，起こり得る**人数の推移**は$3 \to 3 \to 1$と$3 \to 2 \to 1$である。

- **人数の推移**が$3 \to 3 \to 1$となるのは，1回目であいこになり，かつ2回目で優勝者が決まる場合である。1回目であいこになる確率は$\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$である。

  したがって，**人数の推移**が$3 \to 3 \to 1$となる確率は$\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \times \dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$である。

- **人数の推移**が$3 \to 2 \to 1$となる確率は$\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$である。

以上から，2回目で優勝者が決まる確率はこれらを足し合わせて求められる。

(iii) 3回目で優勝者が決まる確率は$\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$である。

(旧数学Ⅰ・旧数学A第3問は次ページに続く。)

(3) 三人で**ルール 1** に従ってじゃんけんを行う場合と，三人で次の**ルール 2** に従ってじゃんけんを行う場合に，優勝者が決まる確率がどれくらい異なるのかについて考えよう。

ルール 2

- じゃんけんを，最大で 3 回行う。ただし，あいこも 1 回と数える。
- 勝者が一人になった時点でじゃんけんは終わり，その一人を優勝者と呼ぶ。
- ある回で負けていない人は，次の回のじゃんけんに参加する。
- 1 回目で負けた人は，2 回目には参加しない。また，2 回目で優勝者が決まっていない場合，1 回目で負けた人は，3 回目に参加する。
- 2 回目で負けた人は，3 回目には参加しない。

(i) 三人で**ルール 2** に従ってじゃんけんを行う場合を考える。3 回目で優勝者が決まる場合，2 回目，3 回目において，じゃんけんを行う人数をそれぞれ m 人，n 人とする。このとき，起こり得る m，n の組 $(m,\ n)$ として，次の⓪～⑨のうち，正しいものは $\boxed{\text{チ}}$ である。

$\boxed{\text{チ}}$ の解答群

⓪ $(2,2)$ と $(2,3)$ だけ	① $(2,2)$ と $(3,2)$ だけ
② $(2,2)$ と $(3,3)$ だけ	③ $(2,3)$ と $(3,2)$ だけ
④ $(2,3)$ と $(3,3)$ だけ	⑤ $(3,2)$ と $(3,3)$ だけ
⑥ $(2,2)$ と $(2,3)$ と $(3,2)$ だけ	⑦ $(2,2)$ と $(2,3)$ と $(3,3)$ だけ
⑧ $(2,2)$ と $(3,2)$ と $(3,3)$ だけ	⑨ $(2,3)$ と $(3,2)$ と $(3,3)$ だけ

(旧数学Ⅰ・旧数学A第 3 問は次ページに続く。)

(ii) ルール1の方がルール2に比べて，優勝者が決まる確率は $\dfrac{\boxed{ツ}}{\boxed{テト}}$ だけ

$\boxed{ナ}$。

$\boxed{ナ}$ の解答群

⓪ 大きい	① 小さい

第4問　（選択問題）（配点　20）

(1)　702 を素因数分解すると

$$702 = 2 \times 3^{\boxed{\text{ア}}} \times \boxed{\text{イウ}}$$

となる。702 の正の約数の個数は $\boxed{\text{エオ}}$ 個である。

(2)　不定方程式

$$9x - 23y = 1$$

の整数解のうち，x が正の整数で最小になるのは

$$x = \boxed{\text{カキ}}, \quad y = \boxed{\text{ク}}$$

である。

（旧数学Ⅰ・旧数学A第4問は次ページに続く。）

(3) 太郎さんと花子さんは，次の二つの条件(A)，(B)を満たす正の整数 n について考えている。

(A) n と 702 の最大公約数が 9 である。

(B) n を 23 で割った余りが 6 である。

(i) 二人は，条件(A)について話をしている。

太郎：まず，条件(A)を満たす n について考えてみようよ。

花子：条件(A)から n は 9 で割り切れることがわかるね。

太郎：702 を 9 で割ると 78 になるね。

花子：n を 9 で割ったときの商と 78 との間にどのような関係があるかな。

条件(A)より，n はある正の整数 m を用いて，$n = 9m$ と表されることがわかる。このとき，m に関する記述として，次の⓪～②のうち，正しいものは $\boxed{ケ}$ である。

$\boxed{ケ}$ の解答群

⓪ m は 78 の倍数である。

① m は 1 と 78 以外の 78 の約数である。

② m と 78 の最大公約数は 1 である。

(旧数学Ⅰ・旧数学A第4問は次ページに続く。)

(ii) 二人は，次のように話している。

太郎：条件(A)と条件(B)をともに満たす n を求めるには，どうすればいいのかな。

花子：n は9の倍数であり，また23で割った余りが6であるから，不定方程式 $9x = 23y + 6$ の整数解を利用することができそうだね。

$x = \boxed{\text{カキ}}$，　$y = \boxed{\text{ク}}$ が不定方程式 $9x = 23y + 1$ の整数解であることを用いると，不定方程式

$$9x = 23y + 6$$

のすべての整数解は，k を整数として

$$x = \boxed{\text{カキ}} \times 6 + \boxed{\text{コサ}}\,k, \quad y = \boxed{\text{ク}} \times 6 + \boxed{\text{シ}}\,k$$

と表される。

(iii) (i)と(ii)より，条件(A)と条件(B)をともに満たす正の整数 n のうち最小のものは $\boxed{\text{スセソ}}$ であることがわかる。

(旧数学Ⅰ・旧数学A第4問は次ページに続く。)

(4) 次の命題(a)，(b)，(c)の真偽の組合せとして正しいものは $\boxed{タ}$ である。

(a) 702 との最大公約数が 9 であり，かつ 23 で割った余りが 4 である正の整数が存在する。

(b) 702 との最大公約数が 9 であり，かつ 24 で割った余りが 7 である正の整数が存在する。

(c) 702 との最大公約数が 9 であり，かつ 24 で割った余りが 6 である正の整数が存在する。

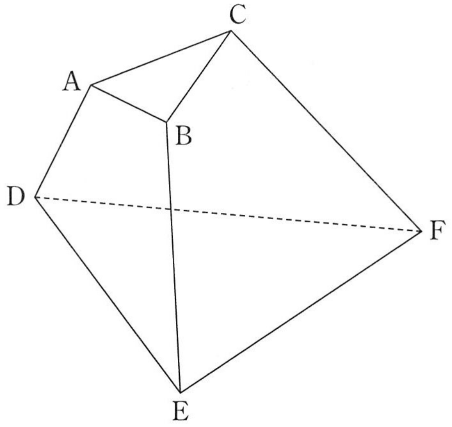
$\boxed{タ}$ の解答群

	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(a)	真	真	真	真	偽	偽	偽	偽
(b)	真	真	偽	偽	真	真	偽	偽
(c)	真	偽	真	偽	真	偽	真	偽

第5問　(選択問題)　(配点　20)

6点A，B，C，D，E，Fを頂点とし，三角形ABCとDEF，および四角形ABED，ACFD，BCFEを面とする五面体がある。ただし，直線ADとBEは平行でないとする。

以下では，例えば，面ABCを含む平面を平面ABC，面ABEDを含む平面を平面ABED，などということにする。



参考図

(旧数学Ⅰ・旧数学A第5問は次ページに続く。)

(1)　3直線AD，BE，CFは1点で交わる。これを証明しよう。

直線ADとBEは平面ABED上にあり，平行でないので1点で交わる。その交点をPとする。

点Pは直線AD上にあり，直線ADは平面ABEDと平面 $\boxed{\text{ア}}$ との交線であるから，点Pは平面 $\boxed{\text{ア}}$ 上にあることがわかる。

また，点Pは直線BE上にあり，直線BEは平面ABEDと平面 $\boxed{\text{イ}}$ との交線であるから，点Pは平面 $\boxed{\text{イ}}$ 上にあることがわかる。

平面 $\boxed{\text{ア}}$ と平面 $\boxed{\text{イ}}$ との交線は直線CFであるから，点Pは直線CF上にもあることがわかる。したがって，3直線AD，BE，CFは点Pで交わる。

$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ ABC	① DEF	② ACFD	③ BCFE

(旧数学Ⅰ・旧数学A第5問は次ページに続く。)

(2) 五面体において，面ABCは一辺の長さが3の正三角形であり

$$\mathrm{AD} = 7, \quad \mathrm{BE} = 11, \quad \mathrm{CF} = 17, \quad \mathrm{DE} = 9$$

であるとする。また，6点A，B，C，D，E，Fはある一つの球面上にあるとし，その球面をSとする。直線ADとBEの交点をPとする。

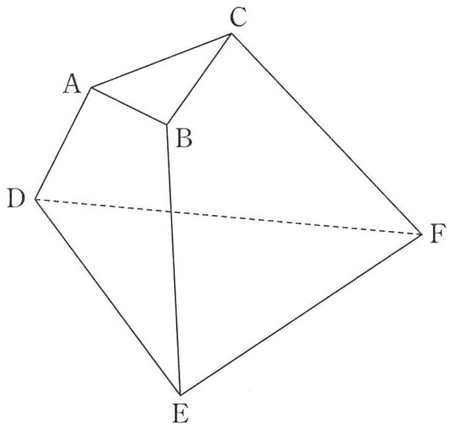
(i) 平面ABEDと球面Sが交わる部分は円であり，4点A，B，E，Dはその円周上にある。このことから，三角形PABとPEDは相似であることがわかり，その相似比は1：$\boxed{\text{ウ}}$である。したがって

$$\boxed{\text{ウ}}\,\mathrm{PA} = \mathrm{PB} + \boxed{\text{エオ}}$$
$$\boxed{\text{ウ}}\,\mathrm{PB} = \mathrm{PA} + \boxed{\text{カ}}$$

が成り立つ。よって

$$\mathrm{PA} = \boxed{\text{キ}}, \quad \mathrm{PB} = \boxed{\text{ク}}$$

となる。



参考図(再掲)

(旧数学Ⅰ・旧数学A第5問は次ページに続く。)

(ii) 平面 BCFE と球面 S が交わる部分に着目すると，方べきの定理より

$$\mathrm{PC} = \boxed{\text{ケ}}$$

となる。したがって

$$\mathrm{EF} = \boxed{\text{コサ}},\quad \mathrm{DF} = \boxed{\text{シス}}$$

となる。

(iii) ∠ADE，∠ADF，∠EDF の大きさに着目すると，次の命題(a)，(b)，(c)の真偽の組合せとして正しいものは $\boxed{\text{セ}}$ であることがわかる。

(a) 平面 ABED と平面 DEF は垂直である。
(b) 直線 DE は平面 ACFD に垂直である。
(c) 直線 AC と直線 DE は垂直である。

$\boxed{\text{セ}}$ の解答群

	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(a)	真	真	真	真	偽	偽	偽	偽
(b)	真	真	偽	偽	真	真	偽	偽
(c)	真	偽	真	偽	真	偽	真	偽