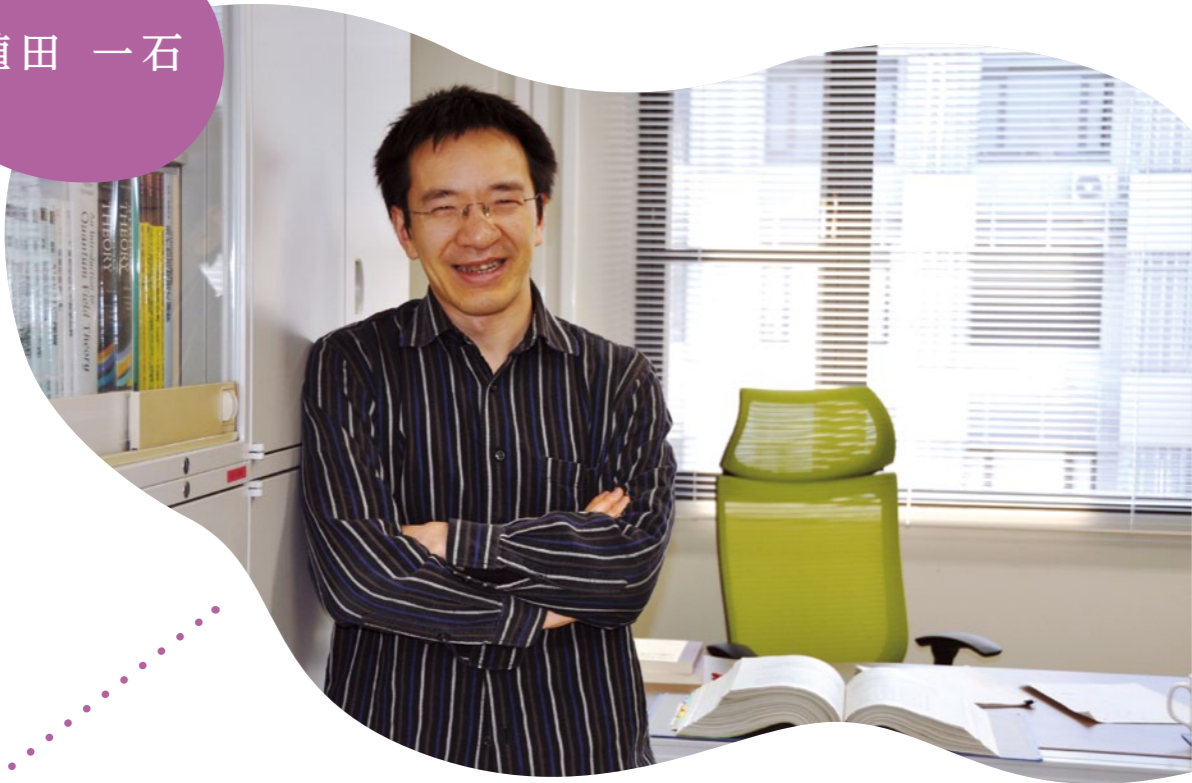


数学はさまざまな分野が 境目なく繋がった一つの生きもの

植田 一石



たぶん参考にならない回想

私はどこにでもいる平凡な中学生で、将来は阪大ILEでレーザー核融合の研究をして、世界のエネルギー問題を永久に解決するんだと思っていました。高校に入ってから墮落して、役に立つことよりも面白いことに興味を持つようになり、大学は「就職無理学部」を選びました。(実際には大勢の方が理学部を出て社会で活躍しています。)大学では数学より物理の単位を多く取り、院試の願書で物理を第一志望にして、院試対策もほとんど物理に費やした挙句、物理の院試を受けずに京大の数理解析研究所に進学しました。直前まで素粒子か物性の分野に進むものだと思っていた私の進路を大きく変えたのは、教員と話をしているうちに抱くようになった、物理学者は数学に対してある種の「敵意」を持っている一方、数学者は物理に敬意を払っているという印象です。物理に進学すると数学の勉強ができなくなる一方、数学に進めば物理も勉強できると思ったので、これは単に決断を先延ばしにするだけのはずだったのですが、今思うと実際にはここが人生の分かれ道でした。M1セミナーではPolchinskiのString Theoryを読み、超弦理論の論文をいくつか眺めました。一方、前野俊昭さんや入谷寛さんと行っていたやや非公式なセミナーでKhovanovとSeidelの論文を読み、それが修士論文に繋がっていきます。そこから博士論文まではある意味で平坦な道程でしたが、学位を取った直後に当時B4の山崎雅人さんと出会って、ダイマー模型の研究を始めます。その後も様々な出会いがあって今に至りますが、たとえ経験の差があっても、研究者同士の関係はある意味で対等(真理の

前では平等、と言ってもいいかも知れません)なので、研究を志して大学院に進学する人は、誰かの弟子になるのではなく、同僚になるのだという気概を持つべきでしょう。

数学の道に進むべきか

こう悩むのは才能の有無にかかわらずごく普通のことです、Gaussですら19歳の朝に正17角形の作図法を発見するまでは進路を決めかねていたという話もあるくらいです。Gaussのことはさておき、数学ができる人ほど、自分は本当に数学でやっていけるのだろうかと思ってしまう傾向があるので、そういう人には、自分の能力ではなく数学への愛を問うことを勧めます。例えば、一週間、一ヶ月あるいは一年間、ずっと一つのことだけをしないと決めたなら、何をしても過ごしますか？ここで数学と即答できる人には、間違いなく数学者になる素質があります。例えば午前中は幾何、午後は解析の勉強をして、夕食の後は気分転換に数論の本を読んだりするわけです。(ここでテレビを見たり小説を読んだりしてしまう人には素質がないと言っているわけではありません。)何らかの事情で数学ができなかった日の夕方には禁断症状で手が震えるようなら素敵です。

修論を書くということ

大学と大学院の最大の違いは、大学では既にある数学を学ぶのに対し、大学院では研究をしなければいけないことです。この差はある意味ではそんなに大きなものではなく、普段か

ら演習問題をまじめに解いていて、その延長で誰も答を知らない問題を解けば、論文が書けるわけです。一方、こういう「ちょっと高級な演習問題」を解くのと違い、本当に新しい数学を創るのは大変で、後から見れば簡単なことでも、慎重に検討しないと、蟻の穴から堤も崩れることになりかねません。

大抵の人にとっては、修論を書く時に人生で初めて本当に「数学をする」経験をするようになります。普通の人には小学校から高校までの12年間で、微積分の初歩までを勉強するわけですが、微積というのはニュートンとライブニッツが発明したので、時代で言うと17世紀の終わりになります。大学で数学科に入ると、4年間で19世紀の終わりか20世紀の始めくらいまでの数学を勉強するわけですが、それ以前の数学でも大学で教えないことは沢山あるし、数学の進歩は加速度的で、最後の100年の進歩はそれまでのどの100年よりもはるかに大きいので、ここから最先端の数学に到達するにはかなりの量の勉強をしないとダメです。そういう意味で、M1というのは人生で一番たくさん勉強をする時期です。

こうして首尾よく最先端までたどり着けば、そこには未開の原野が広がっています。高い山もあるし、広い湖や深い森もあります。地図はありません。あるのは神秘的な予言か怪しげな民間伝承だけです。最初は関係のありそうな論文を読んだりノートに向かって計算をしたりしますが、ある段階に来ると問題が隅から隅まで頭の中に入って、散歩中も、食事でも、入浴中も、テレビを見ている時も、ベッドに横になっている時も数学を考えるようになります。最初は問題が解けるのか半信半疑なのですが、そういう時には解けません。そのうち、実は解けるんじゃないかと思ひ始めます。いいアイデアを思いついて天にも舞い上がる心地になったかと思えば、ちゃんと書き下そうとしてギャップに気付いて落ち込むということを繰り返します。気持ちのアップダウンが激しくて、精神衛生上良くありません。後一步で解けそうなきは特に危険です。こういう時は車の運転などは控えたほうがいいですね。また、そうでなくても運転中に助手席の人と数学の話をするのは、ナビを操作したり電話を掛けたりするよりも明らかに危険なので、法律で禁止すべきです。やがてアップダウンの周期が徐々に短くなってきて、遂に証明を書き下してもギャップが見つからなくなります。

数学は役に立つのか

この問いに対する答えはイエスであり、ノーでもあります。おおよそあらゆる自然科学と工学の基礎には数学があって、現代文明は数学なしには成り立ちません。一方、ほとんどの数学者は役に立つことを目指して数学をしているわけではありません。フェルミ研究所の所長のウィルソンが冷戦真っ直中の1969年にアメリカ連邦議会の委員会で行った答弁を引用しておきましょう：上院議員「(2億5千万ドルもの納税者の金がつぎ込まれた)加速器はアメリカの国防に貢献しますか？」ウィルソン「いいえ、全く。」「でも、アメリカを守

る価値のある国にするのに貢献します。」フルバージョンは<http://history.fnal.gov/testimony.html> で読むことができますが、なかなか感動的です。もちろん、役に立つということは尊いことで、純粋数学と応用数学の間に貴賤があるわけではありません。

ドラゴンボール現象

少年漫画にしばしば見られる強さのインフレーションは、数学では日常茶飯事です。あるシーズンでは手の届く遥か彼方にある最強の敵だったものが、次のシーズンには一撃で倒せる雑魚キャラになります。典型的な例としてはAtiyah-Singerの指数定理があります。これはChern-Gauss-Bonnetの定理やHirzebruch-Riemann-Rochの定理などを特別な場合として含み、位相的な指数と解析的な指数が一致することを主張します。証明された当時は代数、幾何、解析に跨って聳え立つ現代数学の到達点と位置付けられましたが、今ではモジュライの幾何を研究する際の出発点に過ぎません。

インフレが進む最大の原因は、何かを最初に成し遂げるのは難しくても、それを学ぶのは遥かに容易であることにあります。スポーツだと、誰かが100mを9秒台で走っても、別の人が9秒台で走るには(たとえ全く同じではないにしても)はじめの人に近い努力が必要です。数学なら、ある日誰かが9秒台を達成した翌日には皆が9秒台で走っていて、8秒台への到達を競うようになります。

大学院に入る前に

高校までと違い、大学には学習指導要領はありません。大学の授業では一言も出てこないにもかかわらず、大学院に入ると常識になってしまうことは多々あり、こういったことは全ていつの間にか自分で勉強していることになっています。また、誰しも多少の好き嫌いはありますが、どんなことでも深く学べば面白いものです。研究をしていく上で何が役に立つかは前もって分かりませんが、違う分野のアイデアを持ち込むことによって解決の糸口が掴めることはしばしばあります。使える道具はたくさん持っている方が有利で、食わず嫌いは自分の可能性をそれだけ狭めることになります。そもそも、数学はさまざまな分野が境目なく繋がった一つの生きものなので、例えば自分は幾何だから代数や解析は勉強しない、などというのは不可能です。

